

# 建構台灣的混合頻率動態結構總體模型\*

姚睿、洪嘉陽\*\*

## 摘要

本研究結合一個小型開放經濟動態隨機一般均衡(Dynamic Stochastic General Equilibrium, DSGE)模型與混合頻率資料架構，建立一個台灣的混合頻率動態結構總體模型，使用1998年1月至2015年12月的總體資料，透過最大概似估計方法來估計模型參數，並據以進行實質國內生產毛額(GDP)成長率的即時預報(nowcast)與預測(forecast)。

為了檢驗這個模型在兼具結構意涵及擁有即時月資訊兩方面優勢的前提下，是否能有效提高經濟預測效能，本研究評比對象包括混合頻率結構模型、縮減式混合頻率模型、季頻率自我迴歸模型與季頻率向量自我迴歸模型。在即時預報表現項目，混合頻率結構模型優於縮減式混合頻率模型；在預測表現項目，縮減式混合頻率模型最佳，混合頻率結構模型次之，且兩者都優於季頻率的自我迴歸模型及向量自我迴歸模型。

\* 本文係摘錄自中央銀行委託研究計畫報告，所有論點皆屬作者的意見，不代表中央銀行及作者服務單位之立場，文中任何錯誤皆由作者自行負責。作者特別感謝陳教授宜廷、黃教授俞寧、中央銀行林處長宗耀、林副處長淑華、吳副處長懿娟、汪研究員建南、侯研究員德潛、廖研究員俊男、張副研究員天惠、鄭副研究員漢亮、吳副研究員俊毅與計量科同仁對本計畫所提供的寶貴意見、指正與協助。此外，感謝研究助理賴政澤以及謝泊泓的協助。

\*\* 姚睿為國立中央大學經濟系教授，洪嘉陽為美國西密西根大學經濟系教授。

## 壹、前言

一國貨幣當局(如中央銀行，以下簡稱央行)為制定貨幣政策，會蒐集眾多經濟數據，一方面幫助其判斷目前的國內經濟景氣波動狀況，另一方面即時預測短期內總體經濟環境的變化，據以作為調控貨幣政策的重要參考。由於國內生產毛額(gross domestic product，以下簡稱 GDP)、消費、投資等總體變數本身為季資料，而許多即時的金融變數則是較高頻率的月資料，甚至是日資料，為了能充分運用到更為即時的國內外金融市場變數，近幾年已有文獻建立混合頻率的計量方法，並據以建構出高於季頻率的經濟情勢指標或GDP值。我們有興趣的是，利用混合頻率資料建構的計量方法，在預測未來一或兩季台灣GDP成長率時，是否有較優的預測能力。

在過去，央行及學界用來建構經濟情勢指標，或進行預測的總體經濟實證模型，包括近年頗為熱門的因子模型(或擴散指標模型)，都是縮減式(reduced-form)模型，這一類模型的缺點在於難以跳脫盧卡斯批評(Lucas Critique)。在最近幾年，結構式(structural)總體經濟分析當道，統稱為動態隨機一般均衡(Dynamic Stochastic General Equilibrium，以下簡稱DSGE)模型，已成為各國央行與經濟研究機構樂於採用的研究方法，其優點是能兼顧經濟理論與統計數據，

藉由解出經濟體系各部門跨期最適化決策，形成均衡條件聯立模型，再利用統計方法估計出結構參數。由於這一類動態結構模型具個體基礎及理論一致性，適合衡量經濟變數對於各類結構性衝擊，或政策衝擊的反應，政策傳遞機制也往往易於瞭解，甚或可用來檢驗模型設定的合宜與否。

在本研究中，我們嘗試結合混合頻率資料模型與一個適合台灣的動態結構DSGE總體模型，由於此二者都能以狀態空間(state-space)模式呈現，故可以整合成一個模型。這種整合技巧在總體計量領域中，仍屬於非常前端、新穎的應用，可以用來克服縮減式研究方法缺乏具體結構意涵的諸多缺點。

因此，本研究的主要目的，是結合一個小型開放經濟動態結構模型與月、季混合頻率計量方法，來刻劃及預測台灣GDP成長率。第一個模型是台灣的混合頻率動態結構總體模型，在一個DSGE模型的架構下，利用混合頻率計量方法來估計結構參數，再利用此結構模型對台灣的GDP動態走勢進行比對或預測。第二個模型是混合頻率縮減模型，作為對照組模型，據此估計出一個無結構限制的簡單模型。此一研究可以評估混合頻率計量方法及結構模型，對於預測台灣GDP是否有明顯效益。

本研究結果的基本結論如下：結構模型

的即時預報表現優於縮減式混合頻率模型，然而，根據預測表現評比，縮減式混合頻率模型表現最佳，混合頻率結構模型次之，這兩類混合頻率模型的預測表現都優於簡單的季頻率自我迴歸模型(*autoregressive model*，以下簡稱AR)，以及季頻率向量自我迴歸模型(*vector autoregression model*，以下簡稱VAR)。證明混合頻率的計量方法能充分利

用有用的月資訊補強對季GDP的預測，提供我們有價值的一種總體經濟預測架構。

本文的架構如下。第貳節為文獻回顧，介紹混合頻率模型的發展；第參節為研究方法，包括DSGE模型設定及混合頻率計量模型的建立；第肆節為實證結果分析及預測效能評比；第伍節為結論。

## 貳、混合頻率模型之文獻回顧

利用狀態空間(*state-space*)架構來建立混合頻率計量方法，是近幾年頗受重視的研究方法，它能提供對總體經濟狀態或實質產出的即時預測，並改進預測準確度。過去的研究，幾乎都是縮減式模型，目的在使用混合頻率計量方法，改進對單一動態因子的估計，如Mariano and Murasawa(2003)及Aruoba et al.(2009)的任務都在提供一個綜合經濟情勢指標描繪經濟現況<sup>註1</sup>。強調混合頻率計量方法在總經濟預測方面具優勢的文獻，則有Giannone et al.(2009)。在國內的研究中，僅Huang(2010)及台大-國泰產學合作計畫，曾以混合頻率計量方法估計月GDP。不過以上的實證研究並未考慮任何結構模型。

除了上述的縮減式混合頻率研究，近年異軍突起的是有結構意義的混合頻率研究，這些研究搭配近年總體經濟政策評估慣常採用的DSGE模型，其中重要的貢獻來自

於Giannone et al.(2009)、Kim(2010)及Forni and Marcellino(2014a)等學者的美國研究。一般DSGE模型的建立與估計，通常假設經濟個體形成決策的時間頻率，等同於可蒐集到的總合經濟變數的頻率。例如，GDP、消費、投資等總體變數本身為季資料，故其計量模型也會採用季模型進行估計。Kim(2010)與Forni and Marcellino(2014a)的研究指出，如果實情並非如此，而是經濟個體以月為單位形成決策，則季DSGE模型有模型誤設的問題，會發生 Christiano and Eichenbaum(1987)討論的「時間性加總偏誤」(*temporal aggregation bias*)，其後果是估計值偏誤、並影響後續假設檢定及造成推論失準。Forni and Marcellino(2014a)發現，改用包含月資料與季資料的DSGE混合頻率模型，能夠減輕時間性加總偏誤。Giannone et al.(2009)則未考慮時間性加總偏誤議題，以

一個DSGE季模型為基礎，再透過季頻率變數與月頻率變數的聯結，建構出一個混合頻率的計量模型，目的在於擴大訊息集合，以提高對於隱性狀態變數(latent state variable)估計的精確度。本研究的計量模型架構承襲Forni and Marcellino(2014a)的想法，我們假定經濟個體決策時間頻率為月頻率，在混合頻率模型下估計DSGE月模型的結構參數。

廣義的DSGE研究包括其前身實質景氣循環學派(real business cycle, RBC)，以及2000年以後逐漸形成主流的新凱因斯學派(new Keynesian DSGE)。前者在價格可以完全調整前提下，討論各種實質衝擊對於經濟景氣的影響，後者在價格或工資等名目變數僵固前提下，探討景氣波動的成因。將個體基礎、一般均衡與隨機衝擊加入理論模型中，是這兩個學派的共同元素，故以動態隨機一般均衡模型DSGE為其統稱。近年歐美先進國家的央行紛紛建立自己的DSGE模型，做為評估政府總體經濟政策的基礎，相關的回顧整理見陳旭昇與湯茹茵(2012)。為了建構台灣的混合頻率動態結構總體模型，本文的DSGE模型簡化自Gali and Monacelli(2005)，該模型具備小型開放經濟特色，在各種凱因斯模型中相對簡約，故適合應用在本文的混合頻率計量模型架構下分析。

就混合頻率計量模型的估計方法而言，文獻上現有的方法有三大類，第一類是以

Ghysels et al.(2007)為首的MIDAS線性迴歸模型，因為不具備狀態空間模式，因此無法與DSGE結構模型結合。第二類是貝氏(Bayesian)估計法，由於可以同時估計大量參數，最廣為模型複雜的DSGE研究學者採用；然而，貝氏估計往往複雜且耗時<sup>註2</sup>。第三類估計方法是Kalman filter 演算法，是一種最大概似估計法(maximum likelihood method，以下簡稱ML)，不同學者採用的Kalman filter演算技術不盡相同<sup>註3</sup>。本文所採用的是Aruoba et al.(2009)的Kalman filter技術(以下簡稱ADS估計法)來處理遺漏值，ADS方法的好處在於提供如何處理複雜的日、週、月、季混合頻率資料架構，雖然本研究的計量模型使用月、季混合頻率，這一套方法方便我們日後將模型延伸到具有更複雜頻率結構的計量模型。

台灣的小型開放經濟DSGE模型研究，尚不多見，較具代表性的有Teo(2009)、管中閔等(2010)、張永隆(2010)與黃俞寧(2013)。這些研究或採用校準法模擬政策的效果，或以貝氏法估計出結構模型參數並評估政策效果，但是這些文獻尚未以台灣 DSGE 模型為基礎進行總體經濟預測。Yau(2013)雖然曾建立一個混合頻率的DSGE預測模型，該文以封閉體系DSGE應用於美國資料進行經濟預測；此外，該文的估計方法採用貝氏法，與本研究要採用的最大概似法不同。即使放眼國外文獻，尚無以DSGE混合

頻率架構進行預測評估的論文。Giannone et al.(2009)的目的在改進參數估計的精準度，Kim(2010)及Foroni and Marcellino(2014a)的目的在驗證是否有時間性加總偏誤，Foroni and Marcellino(2014b)及Schorfheide and Song(2015)的混合頻率預測模型無結構意

涵，故本研究是第一個建立適合我國經濟環境的混合頻率動態結構總體模型，研究成果能提供政府最新的經濟模型估計以及預測方法。

## 參、研究方法

本研究之目的在評估將月頻率觀察值納入DSGE模型之後，對於模型參數的估計以及隨後利用DSGE模型所作的預測可以改進到何種程度。我們首先建立一個適合台灣的DSGE模型，並結合混合頻率估計方法，建構出台灣的混合頻率DSGE模型；為了評估結構模型下的混合頻率模型，是否較無結構的混合頻率模型，更能捕捉實質產出的波動，我們另外估計一個縮減式的混合頻率模型，以便與結構模型進行優劣比較。

### 一、小型開放經濟DSGE模型

本文的結構式小型開放經濟模型簡化自Gali and Monacelli(2005)的新凱因斯DSGE模型<sup>註4</sup>，模型包含家計單位、廠商與中央銀行的最適條件，由於完整的模型推導相當複雜，以下僅列舉對數線性化後的均衡條件式，包括：

$$y_t = \left(\frac{1-\beta}{\sigma\beta}\right) + E_t y_{t+1} - \frac{1}{\sigma} [R_t - E_t \pi_{t+1}] + \frac{\alpha\omega}{\sigma} E_t \Delta s_{t+1}, \quad (1)$$

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \alpha \beta E_t \Delta s_{t+1} - \alpha \Delta s_t + \frac{(1-\beta\phi)(1-\phi)}{\phi} (\sigma_\alpha + \phi)(y_t - \bar{y}_t) \quad (2)$$

$$\Delta e_t = \pi_t - \pi_t^* - (1-\alpha)\Delta s_t + \varepsilon_{e,t}, \quad (3)$$

$$R_t = \rho_R R_{t-1} + (1-\rho_R)[\psi_\pi E_t \pi_{t+1} + \psi_y E_t (y_{t+1} - \bar{y}_{t+1})] + \varepsilon_{R,t} \quad (4)$$

$$\Delta s_t = \rho_s \Delta s_{t-1} + \varepsilon_{s,t}, \quad (5)$$

$$\Delta a_t = \rho_a \Delta a_{t-1} + \varepsilon_{a,t}, \quad (6)$$

$$\Delta y_t^* = \rho_{y^*} \Delta y_{t-1}^* + \varepsilon_{y^*,t}, \quad (7)$$

$$\pi_t^* = \rho_{\pi^*} \pi_{t-1}^* + \varepsilon_{\pi^*,t}, \quad (8)$$

當中， $\sigma_\alpha \equiv \frac{\sigma}{(1-\alpha) + \alpha\omega} > 0$ ， $\omega = [\sigma + (1-\alpha)(\sigma-1)]$ ， $\bar{y}_t = \left[\frac{1+\phi}{\sigma_\alpha + \phi}\right] a_t - \alpha \left[\frac{\sigma_\alpha(\omega-1)}{\sigma_\alpha + \phi}\right] y_t^*$  是在無名目僵固下所達到的實質產出(即潛在產出)。

式(1)為開放經濟版的IS曲線，由代表性家計單位針對國內與國外財貨的需求、與勞動供給所做的決策而導出。IS曲線描述產出( $y_t$ )由未來產出的預期值、實質利率的預期值(即名目利率 $R_t$ 減去預期物價膨脹率 $E_t \pi_{t+1}$ )與貿易條件變動率的預期值( $E_t \Delta s_{t+1}$ )所決定。IS曲線當中的 $\beta$ 為折現因子， $1/\sigma$ 為消費跨期替代彈性， $\alpha$ 則是描述經濟體系開放程度的進口

財貨份額，當 $\alpha$ 為零時，經濟體為一封閉體系。貿易條件 $s_t$ 定義為出口品相對於進口品的相對價格(取對數值)。當 $E_t \Delta s_{t+1}$ 為正，代表預期貿易條件改善，即市場預期國際對本國出口商品需求增加，因此對本國經濟成長率有正面助益。

式(2)是依據Calvo(1983)新凱因斯定價模式所導出的開放經濟版菲利普曲線，因此，貿易條件的變動( $\Delta s_t$ )及其預期值( $E_t \Delta s_{t+1}$ )也會影響物價膨脹率( $\pi_t$ )。式中 $\bar{y}_t$ 是在無名目僵固下所達到的實質產出，它決定於技術水準( $a_t$ )及外國產出( $y_t^*$ )， $(y_t - \bar{y}_t)$ 是本國產出缺口。國內廠商處於壟斷性競爭市場結構，其商品價格具有名目僵固性。式中的 $\phi$ 是一個會影響菲利普曲線斜率的結構參數，該參數與市場價格僵固程度成正向關係，當市場僵固程度愈大， $\phi$ 值會愈大，菲利普曲線會愈平坦，即產出缺口 $(y_t - \bar{y}_t)$ 的係數值愈小。 $\phi$ 是影響勞動供給彈性的結構參數，當實質工資上漲1%時，勞動工時會增加 $1/\phi$ 單位，故 $\phi$ 愈大，勞動供給彈性愈小，菲利普曲線愈陡。

式(3)刻劃單價法則(law of one price)成立下的名目匯率動態調整過程， $e_t$ 的上升代表本國幣貶值。購買力平價偏誤(即本國物價膨脹率 $\pi_t$ 減去外國物價膨脹率 $\pi_t^*$ )及貿易條件的變動( $\Delta s_t$ )都會影響名目匯率波動。當本國為一個完全開放的經濟體系( $\alpha=1$ )，名目匯率將完全由購買力平價條件決定。當本國是部分開放的經濟體系( $0 < \alpha < 1$ )，隨著貿易條件改

善，貿易順差擴大，本國幣會升值(名目匯率下降)。 $\varepsilon_{e,t}$ 是影響名目匯率變動的外生衝擊，假定其為一白噪音。

式(4)描述央行的貨幣政策法則，在預期通貨膨脹率上升、產出高於潛在產出時，央行會升息因應<sup>註5</sup>。式中的 $\rho_R$ 用以描述前後期利率的平滑程度，而各個 $\psi_i$ 則是對應的貨幣政策反應係數。 $\varepsilon_{R,t}$ 是對於貨幣政策的外生衝擊，假定其為一白噪音。

我們在式(5)-(8)當中假設貿易條件的變動率( $\Delta s_t$ )、技術進步率( $\Delta a_t$ )、外國產出成長率( $\Delta y_t^*$ )與外國物價膨脹率( $\pi_t^*$ )對於小型開放經濟體而言皆為外生決定，服從一階自我迴歸設定；其中， $\rho_j$ 為相對應的一階自我迴歸係數。再加上貨幣政策外生衝擊( $\varepsilon_{R,t}$ )與名目匯率變動的外生衝擊( $\varepsilon_{e,t}$ )，此模型共有6個結構衝擊彼此互相獨立，且衝擊項 $\varepsilon_{j,t}$ 服從iid的常態分配 $N(0, \sigma_j^2)$ ，其中 $j = e, a, s, R, \pi^*, y$ <sup>註6</sup>。

## 二、混合頻率結構模型

本節描述如何建構以DSGE結構模型為基礎的混合頻率計量模型，我們推導出混合頻率下的狀態空間模型，並以最大概似法估計模型內的參數。我們假設經濟個體形成決策時是以月為時間單位，故除非特別說明，以下數學式中的時間 $t$ 皆為月頻率。令 $\hat{y}_t = y_t - \bar{y}_t$ 是產出缺口， $X_t = [\pi_t, \hat{y}_t, R_t, \Delta e_t, \Delta a_t, \Delta s_t, \pi_t^*, \Delta y_t^*]$ 是模型的內生變數構成的狀態向量，

$\varepsilon_t = [\varepsilon_{e,t}, \varepsilon_{s,t}, \varepsilon_{R,t}, \varepsilon_{a,t}, \varepsilon_{\pi^*,t}, \varepsilon_{y^*,t}]$  為外生結構衝擊向量，前一節的 DSGE 線性模型(1)-(8)式，可以表示成：

$$B(\theta)X_t = C(\theta)X_{t-1} + D(\theta)E_t X_{t+1} + F(\theta)\varepsilon_t, \quad (9)$$

其中， $\theta$  是 DSGE 模型的深層結構參數 (structural parameters ; deep parameters) 集合向量。 $B(\theta)$ 、 $C(\theta)$ 、 $D(\theta)$ 、 $F(\theta)$  係數矩陣內容為  $\theta$  的函數。給定  $B(\theta)$ 、 $C(\theta)$ 、 $D(\theta)$  與  $F(\theta)$ ，模型解將會有以下形式<sup>註7</sup>：

$$A_0(\theta)X_t = A_1(\theta)X_{t-1} + F(\theta)\varepsilon_t, \quad (10)$$

其中， $A_0(\theta) = B(\theta) - D(\theta)A_0(\theta)^{-1}A_1(\theta)$ ，且  $A_1(\theta) = C(\theta)$ 。式(10)進而可以改寫為以下形式：

$$X_t = \Phi_1(\theta)X_{t-1} + \Phi_2(\theta)\varepsilon_t, \quad (11)$$

當中， $\Phi_1(\theta) = A_0(\theta)^{-1}A_1(\theta)$  以及  $\Phi_2(\theta) = A_0^{-1}(\theta)F(\theta)$ 。

為了能進行估計，令向量  $Y_t$  為可觀察到的總體經濟變數集合，並且已知與  $X_t$  的關聯為下列測量方程式(measurement equation)：

$$Y_t = \Lambda(\theta)X_t + u_t, \quad (12)$$

$\Lambda(\theta)$  定義了可觀察到的變數與各狀態變數之間的關係， $u_t$  則是測量誤差。結合式(11)與式(12)形成一個狀態空間模型(state space model)。在一般的 DSGE 模型中，式(11)通常都假設以季度作為時間單位，主要原因是 GDP 無月資料觀察值。Kim(2010)及 Foroni and Marcellino(2014a)指出，如果真正的決策時間單位是以月為單位，季頻率計量模型必然有錯誤設定(misspecification error)或是產生時間性加總偏誤(temporal aggregation

bias)。

然而，藉由此月狀態空間模型式(11)-(12)欲估計出結構參數  $\theta$  有其困難，因為向量  $Y_t$  中的某些總體流量變數只有季資料，例如 GDP。為了處理某些月份沒有實質產出觀察值的問題，我們引進一個加總變數  $Q_t$  與加總法則(aggregation rule)。GDP 本身為季頻率流量變數，只能在三、六、九、十二月份有觀察值，其他月份以遺漏值(missing value)處理之；我們將本國實質產出成長率加總法則定義為：

$$Q_t = \Delta y_t + \Delta y_{t-1} + \Delta y_{t-2} + \xi_t Q_{t-1}, \quad (13)$$

其中，

$$\xi_t = \begin{cases} 0, & t = \text{一月, 四月, 七月, 十月} \\ 1, & \text{其他} \end{cases}$$

在上述設定之下，在  $t =$  三月、六月、九月、十二月，當 GDP 可被觀測到時，季對季的實質 GDP 成長率可以表示成(近似整理後)：

$$\begin{aligned} \ln(GDP_t) - \ln(GDP_{t-3}) &= (y_t + y_{t-1} + y_{t-2}) \\ &\quad - (y_{t-3} + y_{t-4} + y_{t-5}) + \text{meas.error} \\ &= Q_t + \text{meas.error} \end{aligned}$$

其餘月份  $t$  的實質 GDP 成長率無月資料，以遺漏值處理。我們同樣引進一個外國加總變數  $Q_t^*$ ，將外國實質產出成長率加總法則定義為：

$$Q_t^* = \Delta y_t^* + \Delta y_{t-1}^* + \Delta y_{t-2}^* + \xi_t^* Q_{t-1}^* \quad (14)$$

則在  $t =$  三月、六月、九月、十二月時，季對季的外國實質 GDP 成長率可以表示成：

$$\ln(GDP_t^*) - \ln(GDP_{t-3}^*) = Q_t^* + \text{meas.error}$$

換言之，當  $t$  為每季的最後一個月份

時，變數 $Q_t$ 可用來描繪本國實質GDP季成長率，變數 $Q_t^*$ 可用來描繪外國實質GDP季成長率。

我們把新的狀態變數向量擴展成： $S_t = [X_t, \hat{y}_{t-1}, \hat{y}_{t-2}, \Delta a_{t-1}, \Delta y_{t-1}^*, Q_t, Q_t^*]$ ，則新的狀態轉移方程式(state transition equation)可寫成：

$$S_t = P(\theta) S_{t-1} + Q(\theta) \varepsilon_t, \quad (15)$$

當中 $P(\theta)$ 與 $Q(\theta)$ 為包含有結構模型參數的函數，並將 $\Sigma_\varepsilon$ 定義為結構性衝擊 $\varepsilon_t$ 的變異數對角矩陣。測量方程式(12)重新寫成：

$$Y_t = G(\theta) S_t + H(\theta) u_t, \quad (16)$$

當中 $u_t$ 為測量誤差， $G(\theta)$ 為可觀察到的 $Y_t$ 與新狀態向量 $S_t$ 之間的關係， $H(\theta)$ 界定 $Y_t$ 與測量誤差 $u_t$ 之間的關係， $\Sigma_u$ 為 $u_t$ 的變異數對角矩陣，結構性衝擊 $\varepsilon_t$ 與測量誤差 $u_t$ 具有互相獨立的iid常態分配。如此，式(15)-(16)即可形成一狀態空間模型，參數可經由ADS的最大概似演算法估計出來。本節狀態空間模型係數矩陣的詳細內容詳見附錄。

### 三、縮減式混合頻率模型

本文考慮的縮減式混合頻率模型，具有與前一節式(15)-(16)類似的狀態空間模式，不同處在於模型中的係數矩陣不具備結構限制(cross-equation restrictions)。為了參數個數不致於過度膨脹，我們將技術進步成長率( $\Delta a_t$ )摒除於模型外<sup>註8</sup>。縮減式混合頻率模型包含下列方程式：

$$\pi_t = [\pi_{t-1}, y_{t-1}, R_{t-1}, \Delta e_{t-1}, \Delta s_{t-1}, \pi_{t-1}^*, \Delta y_{t-1}^*]' b_\pi + \eta_{\pi,t}, \quad (17)$$

$$y_t = [\pi_{t-1}, y_{t-1}, R_{t-1}, \Delta e_{t-1}, \Delta s_{t-1}, \pi_{t-1}^*, \Delta y_{t-1}^*]' b_y + \eta_{y,t}, \quad (18)$$

$$R_t = b_R R_{t-1} + \eta_{R,t}, \quad (19)$$

$$\Delta e_t = b_e \Delta e_{t-1} + \eta_{e,t}, \quad (20)$$

$$\Delta s_t = b_s \Delta s_{t-1} + \eta_{s,t}, \quad (21)$$

$$\pi_t^* = b_{\pi^*} \pi_{t-1}^* + \eta_{\pi^*,t}, \quad (22)$$

$$\Delta y_t^* = b_{y^*} \Delta y_{t-1}^* + \eta_{y^*,t}, \quad (23)$$

其中， $b_j$ ， $j = \pi, y, R, e, s, \pi^*, y^*$ ，分別為這些方程式的係數向量或係數。式(17)-(23)再加上兩條實質產出成長率加總條件式(13)與式(14)，共同形成縮減式混合頻率模型的狀態轉移方程式。當中， $\eta_{j,t}$ 's,  $j = \pi, y, R, e, s, \pi^*, y^*$ ，為轉移方程式誤差，其變異數為對角矩陣。

式(17)與式(18)中設定物價膨脹率與實質產出成長率會受到7個落後一期變數的影響，式(19)-(23)的名目利率、名目匯率變動率，貿易條件變動率，與外國物價膨脹率以及外國實質產出成長率五個變數，則由於一階自我相關係數非常高，而設定為AR(1)隨機過程。令此一縮減式混合頻率模型的狀態轉移方程式有以下的狀態變數向量：

$$\tilde{S}_t = [\pi_t, y_t, R_t, \Delta e_t, \Delta s_t, \pi_t^*, \Delta y_t^*, y_{t-1}, y_{t-2}, \Delta y_{t-1}^*, Q_t, Q_t^*]',$$

狀態轉移方程式可寫成：

$$\tilde{S}_t = \tilde{P} \tilde{S}_{t-1} + \tilde{Q} \eta_t, \quad (24)$$

測量方程式可寫成：

$$Y_t = \tilde{G}(\theta) \tilde{S}_t + \tilde{H}(\theta) v_t, \quad (25)$$

其中，轉移方程式誤差 $\eta_t$ 與測量誤差 $v_t$ 互為統計獨立，具iid常態分配，變異數皆為對角矩陣。



## 肆、估計結果與分析

### 一、資料說明

估計混合頻率模型時，我們令可觀察到的總體經濟變數向量  $Y_t$  包含以下變數：實質產出季成長率( $GDPGR_t$ )、物價膨脹率( $INF_t$ )、名目利率( $RATE_t$ )、名目匯率變動率( $\Delta NEER_t$ )、貿易條件變動率( $\Delta TOT_t$ )、外國物價膨脹率( $INF_t^*$ )、外國實質產出季成長率( $GDPGR_t^*$ )。除了產出變數是季資料，其餘變數為月資料<sup>註9</sup>。台灣實質產出資料為經季節調整之GDP連鎖實質值(以2011年為參考年)，名目利率資料為金融業隔夜拆款年利率除以12，貿易條件為新台幣計價之出口物價指數除以進口物價指數的比值取對數，物價膨脹率為經季節調整消費者物價指數(CPI)的變動率。有鑑於台灣的主要貿易往來國家的排序在最近20年已有顯著變化，台灣實質產出對美國經濟狀況的依賴度已顯著降低，故本文的外國變數為依貿易權數加總平均之外國實質GDP成長率以及外國CPI物價膨脹率<sup>註10</sup>，匯率資料為台灣名目有效匯率指數。

計算本研究的台灣資料皆取自於行政院主計總處《統計資料庫》，美國資料皆取自於St. Louis聯邦準備銀行之統計資料庫，其他國家資料取自該行國際統計資料庫，名目有效匯率指數取自國際清算銀行<sup>註11</sup>。除了GDP成長率為本季對上一季的變動率(saqr, %)，其餘變動率資料皆為年變動率(year-on-year, yoy)<sup>註12</sup>。樣本期間為西元1998年1月至2015年12月，共216個月<sup>註13</sup>。

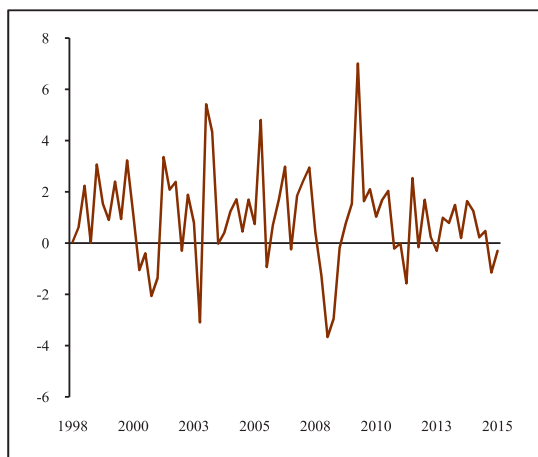
表1呈現2015年12月的混合頻率資料結構。產出變數GDP為季頻變數，故只在每季的最後一個月份有觀察值，此種資料結構屬於非平衡資料(unbalanced data set)。同時，尚有部分月頻資料也是缺漏的。例如，在本文建構樣本時，中國大陸發布的最近一筆CPI指數是2015年10月的資料，因此外國物價膨脹率變數在2015年11月與12月有缺漏。圖1(a)-1(g)分別繪出各變數的時間動態走勢，圖1(h)為名目利率的變動<sup>註14</sup>。

表1 混合頻率資料結構

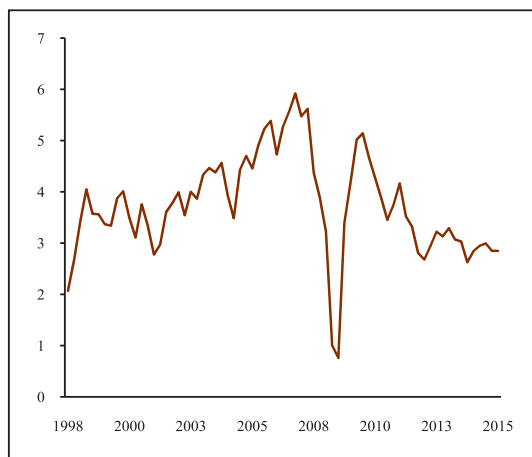
年 / 月	CPI年增率 (%) $INF_t$	名目利率 年率 (%) $RATE_t$	名目匯率 年變動率 (%) $\Delta NEER_t$	貿易條件 年增率 (%) $\Delta TOT_t$	外國CPI 年增率 (%) $INF_t^*$	實質產出 季成長率 (%) $GDPGR_t$	外國實質 產出季成 長率 (%) $GDPGR_t^*$
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴
2014 M07	1.764	0.387	0.248	0.000	2.177		
2014 M08	2.074	0.386	-0.431	1.404	1.972		
2014 M09	0.711	0.387	-0.370	2.496	1.783	1.259	2.839
2014 M10	1.050	0.387	-0.389	3.695	1.708		
2014 M11	0.854	0.387	-1.042	6.489	1.426		
2014 M12	0.602	0.387	-0.807	9.243	1.268	0.227	2.948
2015 M01	-0.939	0.387	-1.890	11.528	0.773		
2015 M02	-0.204	0.388	-3.679	10.280	0.992		
2015 M03	-0.621	0.387	-5.366	10.444	1.030	0.472	2.997
2015 M04	-0.819	0.387	-5.604	10.135	0.761		
2015 M05	-0.731	0.387	-6.485	9.701	0.706		
2015 M06	-0.565	0.387	-5.644	9.921	0.761	-1.145	2.850
2015 M07	-0.632	0.387	-5.584	9.979	0.836		
2015 M08	-0.439	0.367	-3.336	11.022	0.939		
2015 M09	0.296	0.320	-1.143	9.993	0.656	-0.302	2.849
2015 M10	0.315	0.301	-1.371	8.565	0.659		
2015 M11	0.529	0.301	-1.115	6.613			
2015 M12	0.135	0.275	-1.366	5.250			

圖1 總體經濟變數

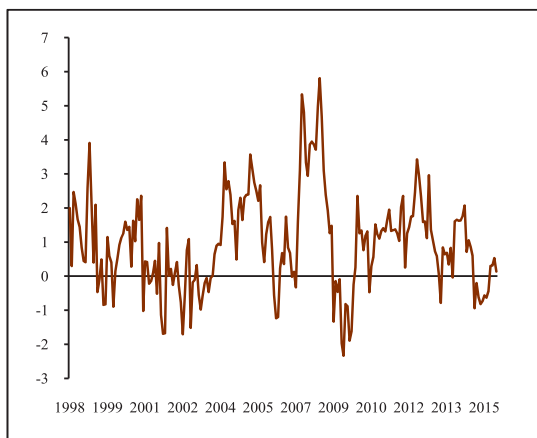
(a) 台灣實質GDP季成長率



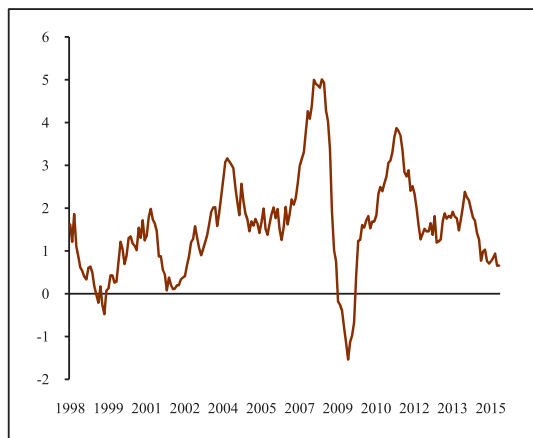
(b) 外國實質GDP成長率(貿易加權)



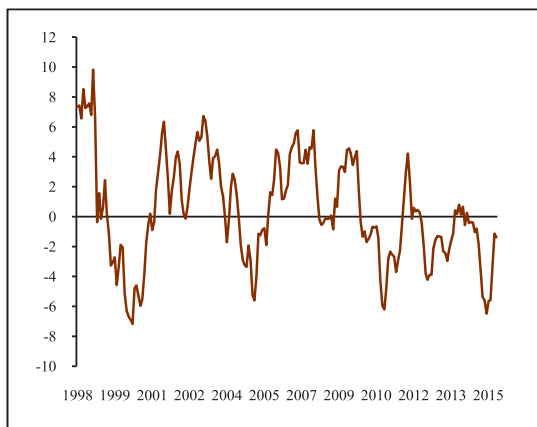
(c) 台灣CPI物價膨脹率



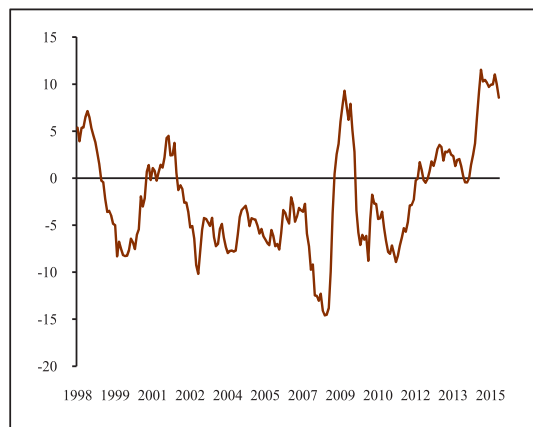
(d) 外國CPI物價膨脹率(貿易加權)



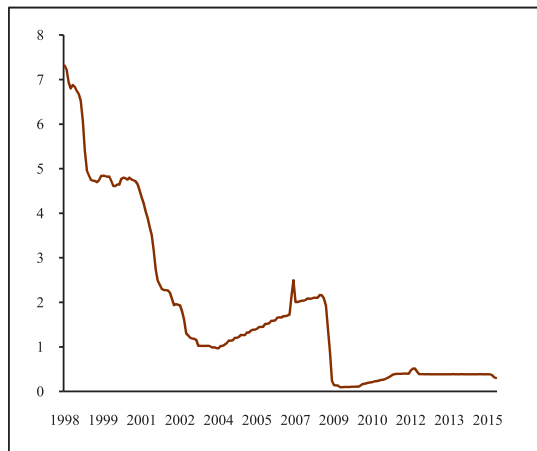
(e) 新台幣名目有效匯率指數變動率



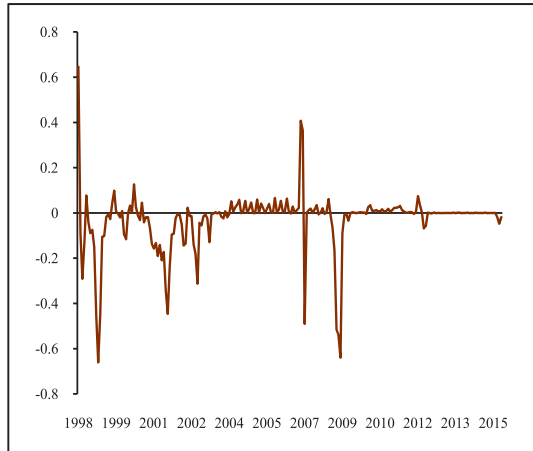
(f) 貿易條件變動率



(g) 金融業隔夜拆款利率(年率)



(h) 金融業隔夜拆款利率之變動



## 二、混合頻率模型估計結果

我們估計混合頻率模型時，採用Aruoba et al.(2009)的Kalman filter技術(ADS估計法)，來處理有遺漏值的狀態空間模型。以前面一節DSGE為本的混合頻率結構模型(以下簡稱DSGE-MF模型)的最大似估計結果列於表2。

由於參數越多，ML估計越不容易收斂，一方面造成這套方法實務操作的困難註15，另一方面也可能增加參數估計穩健性的疑慮，因此我們挑選部分參數以校準法得出數值，其餘參數則以ML估計法得出，詳細

參數校準值見表2上半部分，其餘參數ML估計值見表2下半部分註16。我們根據1998-2014年樣本期間名目利率平均值為1.91%，校準出月頻時間偏好折現因子 $\beta=0.998$ ，與多數文獻估計出或校準得到的值都非常接近。我們遵循張永隆(2010)及黃俞寧(2013)，設定消費跨期替代彈性( $1/\sigma$ )為1，即效用函數是對數形式(log-utility)；遵循Teo(2009)設定勞動供給彈性的倒數 $\phi$ 為5，小型開放經濟的開放程度( $\alpha$ )設定為0.53，與樣本期間台灣進口佔GDP比例的數據相符。

表2 混合頻率結構模型估計結果(以貿易加權計算外國變數)

參數		校準值	
消費跨期替代彈性倒數	$\sigma$	1.000	
勞動供給彈性倒數	$\phi$	5.000	
開放程度	$\alpha$	0.530	
時間偏好折現因子	$\beta$	0.998	

參數		估計值 (ML Estimate)	標準誤 (S.E.)
$\Delta s_t$ 之AR(1)係數	$\rho_s$	0.903**	0.002
$\Delta a_t$ 之AR(1)係數	$\rho_a$	0.999**	0.024
$\Delta y_t^*$ 之AR(1)係數	$\rho_{y^*}$	0.905**	0.038
$\pi_t^*$ 之AR(1)係數	$\rho_{\pi^*}$	0.965**	0.021
價格僵固	$\phi$	0.961**	0.002
利率平滑係數	$\rho_R$	0.986**	0.033
貨幣政策反應係數	$\psi_\pi$	-0.248	0.266
貨幣政策反應係數	$\psi_y$	0.670	0.589
結構衝擊之標準差:			
	$\sigma_R$	0.033**	0.014
	$\sigma_e$	3.634**	0.245
	$\sigma_s$	0.826**	0.090

	$\sigma_a$	0.000	0.000
	$\sigma_{\pi^*}$	0.321**	0.020
	$\sigma_{y^*}$	0.048**	0.008
測量誤差之標準差:			
	$\sigma_{u,\pi}$	0.784**	0.111
	$\sigma_{u,y}$	1.732**	0.185
	$\sigma_{u,R}$	0.000	0.000
	$\sigma_{u,\varepsilon}$	0.000	0.016
	$\sigma_{u,s}$	4.734**	0.213
	$\sigma_{u,\pi^*}$	0.000	0.004
	$\sigma_{u,y^*}$	0.304**	0.117
最大概似值 (ML value)		-1383.35	

註：\*代表該參數估計值在10%下顯著，\*\*代表該參數估計值在5%下顯著。

在以ML方法估計的結構參數當中，各變數的一階自我相關係數估計值都相當大，且統計顯著。商品市場價格僵固機率 $\phi$ 估計值為0.961，隱含廠商平均每26個月方可重新調整其定價，此僵固期估計值相較於其他根據季頻率資料台灣文獻所得到的值高出許多。例如，Teo(2009)以樣本1992第1季至2004第4季得到僵固機率0.67，約當僵固期為2.7季，黃俞寧(2013)以樣本1979第1季至2012第2季得到僵固機率0.38，約當僵固期為1.6季。本文估計得到偏高的價格僵固期估計值的一個可能理由，是樣本期間平均物價膨脹率較其他研究低。Teo(2009)樣本期間平均物價膨脹率為1.8%，黃俞寧(2013)為2.9%，本文為1.1%。Nakamura and Steinsson(2008)利用個別價格資料的研究，發現價格向上更新的頻率與物價膨脹率成正相關，價格下調

頻率則與物價膨脹率不相關，因此在低物價膨脹率期間，價格上調行為由於菜單成本的存在變得少見，造成總合價格僵固期變長。事實上，依據不同模型不同估計策略，甚至歐美季模型文獻所得到的僵固期估計結果也非常分歧，短至8個月，長至24個月，可參見Kim(2010)在這方面的深入討論。

貨幣政策泰勒法則參數估計中，物價膨脹反應係數估計值為 $\hat{\psi}_\pi = -0.248$ ，產出缺口反應係數估計值為 $\hat{\psi}_y = 0.670$ <sup>註17</sup>，不過此兩個政策反應參數在統計水準10%下不顯著。由於名目利率的一階自我迴歸係數 $\rho_R$ 非常接近1，前後期利率之平滑程度高，樣本期間利率極少變動(見圖1(h)的 $\Delta R_t$ 走勢)，造成泰勒法則反應係數不顯著的估計結果。

模型當中六個結構衝擊( $\varepsilon_{j,t}$ 's)當中，名目匯率變動衝擊的變異最大，標準差3.634，

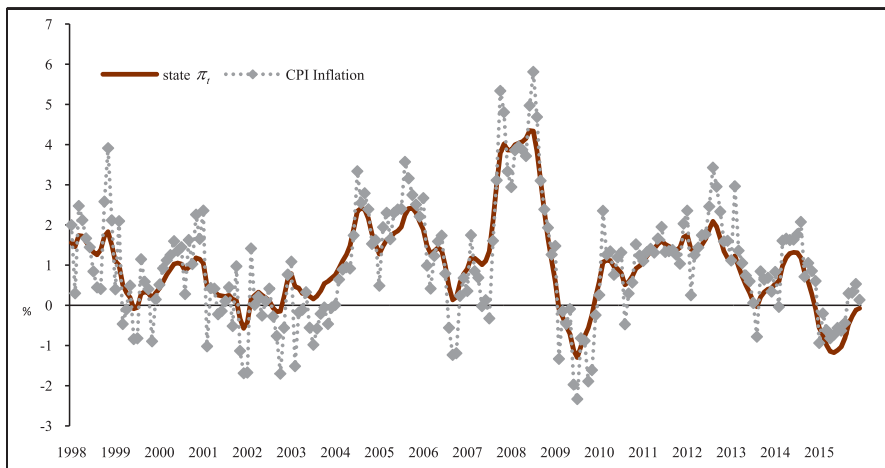
反映貿易財價格偏離單價法則甚多，而技術進步衝擊的變異接近零<sup>註18</sup>。七個測量誤差當中，變異最大的是貿易條件測量誤差(標準差 4.734)，其次是台灣的GDP季增率測量誤差(標準差1.732)。由變異數分解關係  $\text{var}(GDPGR_t) = \text{var}(Q_t) + \text{var}(u_{y,t})$ ，可知實質GDP成長率波動程度必定大於隱性狀態因子 $Q_t$ 的波動程度，理想上，希望兩者的差距不要過大。由台灣的GDP季增率資料標準差1.838可以推論出 $Q_t$ 標準差為0.509，代表台灣GDP季增率資料的波動與本文估計之DSGE

模型的實質產出成長率狀態變數 $Q_t$ 有相當大出入，使得每一季季底 $Q_t$ 估計值無法貼近實際觀測到的GDP增長率數據。

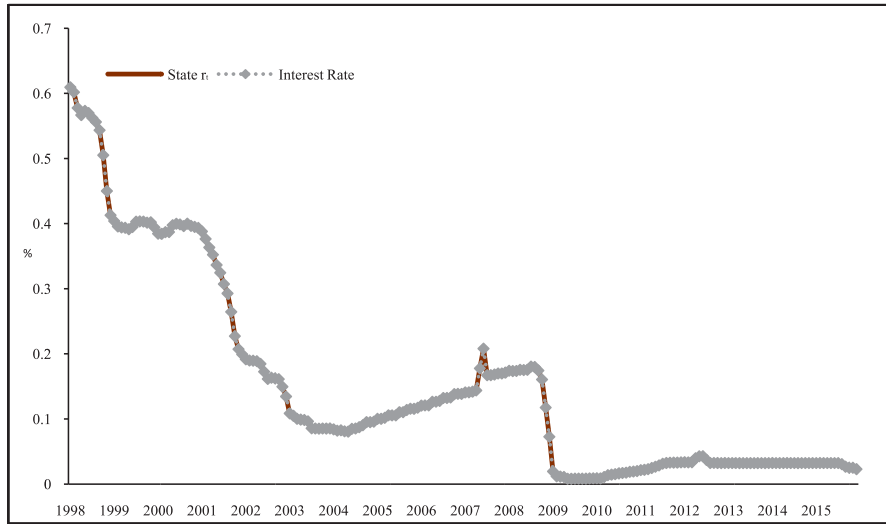
圖2呈現DSGE-MF模型之隱性狀態因子估計值(實線)，用來與總體變數觀察值(虛線)作一對照<sup>註19</sup>。其中，兩組序列十分接近的是圖2(b)名目利率變數及圖2(c)名目匯率變數，幾無測量誤差，反之，圖2(a)物價膨脹率變數及圖2(d)貿易條件變動，實際觀察值的波動程度都大於隱性狀態因子的波動程度。

圖2 總體經濟變數觀察值與DSGE-MF模型之狀態估計值  
(貿易加權外國變數)

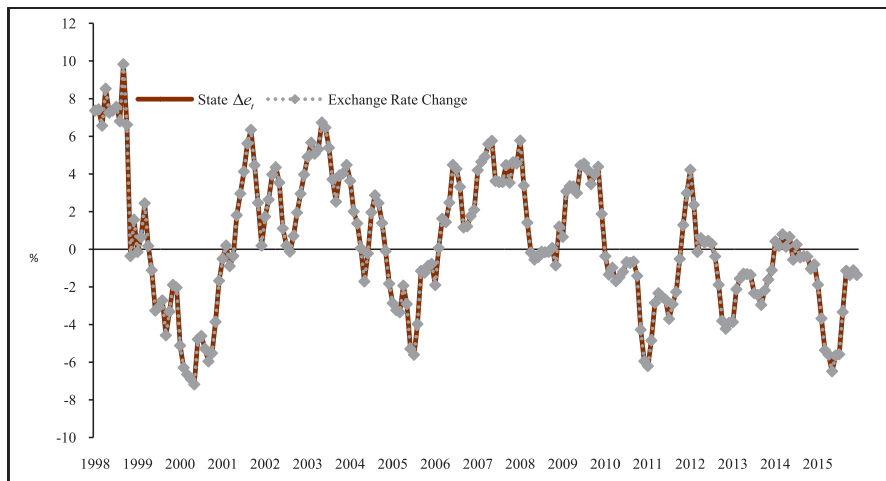
(a)CPI 物價膨脹率 vs. 狀態變數  $\pi_t$



(b) 金融業隔夜拆款利率 vs. 狀態變數  $R_t$



(c) 新台幣名目有效匯率指數變動率 vs. 狀態變數  $\Delta e_t$



(d)貿易條件變動率 vs. 狀態變數  $\Delta s_t$

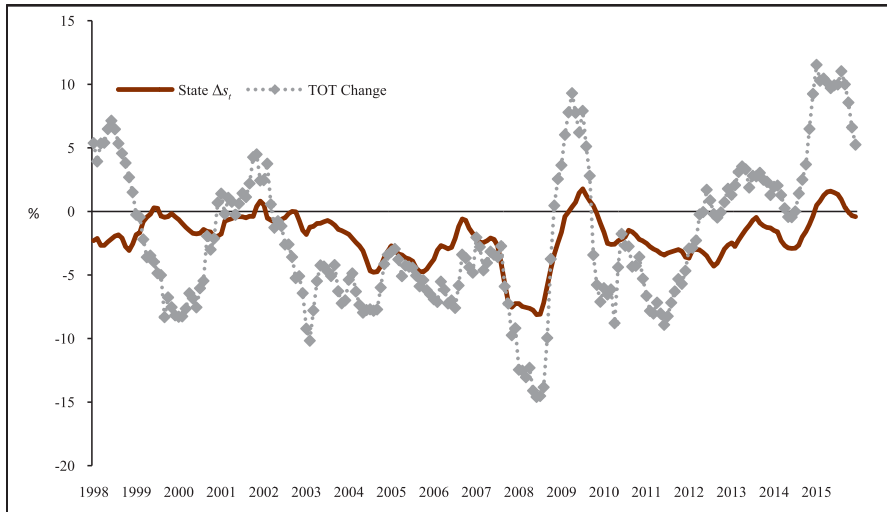
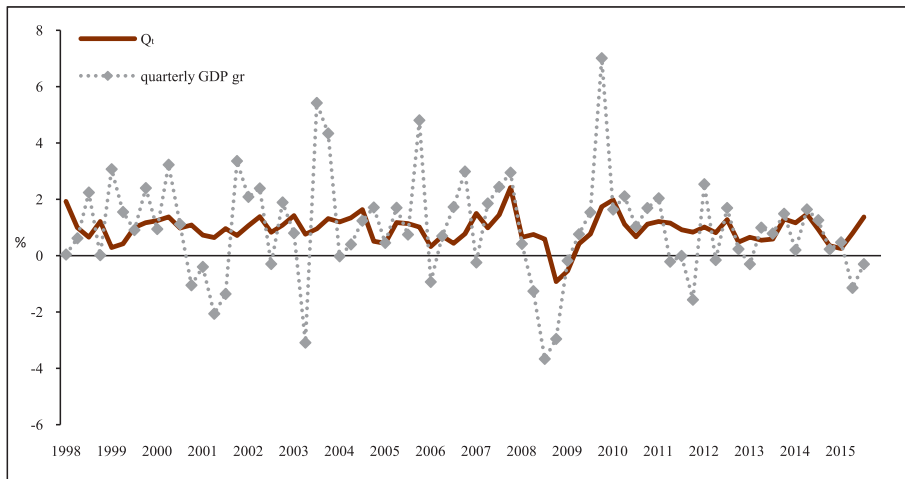


圖3繪出DSGE-MF模型估計之實質產出成長率 $Q_t$ (實線)，對照之下，與實質GDP季增率(虛線)有正相關(相關係數0.38)。其中，實質GDP季增率的波動程度較 $Q_t$ 大，尤其在GDP變化大的期間，兩組序列之間的落差明

顯。例如2003年經歷SARS景氣衰退，2008年次貸風暴引發金融海嘯，以及緊接數季GDP的快速回彈， $Q_t$ 的估計值都未能捕捉到這幾次景氣循環的大幅波動。

圖3 實質GDP季增率與DSGE-MF模型估計之實質產出成長率 $Q_t$   
(貿易加權外國變數)





為了檢視以上估計結果的強韌性，我們使用的另一組樣本資料以美國變數為外國變數，即  $INF_t^*$  為美國CPI物價膨脹率， $GDPGR_t^*$  為美國經季節調整基期 2009年之連鎖實質國內生產毛額季成長率，名目匯率變動率為1美元可兌換的新台幣匯價的變動率，最

變數所得到的估計值多數頗為接近，ML值為-1570.50。比較不同的是， $\hat{\psi}_\pi = -0.122$  統計不顯著， $\hat{\psi}_y = 0.498$  在統計水準5%下顯著，代表央行的貨幣法則會在景氣轉空(產出缺口轉負)時實施調降利率的寬鬆政策。 $\psi_\pi$  估計值不顯著可能是因為樣本期間名目利率一路走跌，鮮少有調升利率的時機出現。此外，僵固機率0.944，相當於僵固期為18個月。

表3 混合頻率結構模型估計結果(以美國變數為外國變數)

參數		校準值	
消費跨期替代彈性倒數	$\sigma$	1.000	
勞動供給彈性倒數	$\varphi$	5.000	
開放程度	$\alpha$	0.530	
時間偏好折現因子	$\beta$	0.998	

參數		估計值 (ML Estimate)	標準誤 (S.E.)
$\Delta s_{it}$ 之AR(1)係數	$\rho_s$	0.864**	0.003
$\Delta a_{it}$ 之AR(1)係數	$\rho_a$	0.999**	0.007
$\Delta y_t^*$ 之AR(1)係數	$\rho_{y^*}$	0.880**	0.064
$\pi_t^*$ 之AR(1)係數	$\rho_{\pi^*}$	0.939**	0.031
價格僵固	$\phi$	0.944**	0.003
利率平滑係數	$\rho_R$	0.978**	0.015
貨幣政策反應係數	$\psi_\pi$	-0.122	0.081
貨幣政策反應係數	$\psi_y$	0.498**	0.191
結構衝擊之標準差:			
	$\sigma_R$	0.032**	0.015
	$\sigma_e$	6.730**	0.438
	$\sigma_s$	1.054**	0.131
	$\sigma_a$	0.000	0.000
	$\sigma_{\pi^*}$	0.457**	0.044
	$\sigma_{y^*}$	0.027**	0.009
測量誤差之標準差:			
	$\sigma_{u,\pi}$	0.587**	0.084
	$\sigma_{u,y}$	1.773**	0.190
	$\sigma_{u,R}$	0.000	0.000
	$\sigma_{u,e}$	0.000	0.000
	$\sigma_{u,s}$	4.948**	0.203
	$\sigma_{u,\pi^*}$	0.000	0.002
	$\sigma_{u,y^*}$	0.451**	0.058
最大概似值 (ML value)		-1570.05	

註：\*代表該參數估計值在10%下顯著，\*\*代表該參數估計值在5%下顯著。

以美國變數為外國變數這一組樣本估計得出的隱性狀態因子與用貿易加權計算的外國變數所得到的數值非常相似，依據這兩組樣本所得到的預測結果也相當接近。為了節省篇幅，在接下來預報及預測兩節進行評比分析，只就貿易加權外國變數樣本所得到的預測結果進行評比。本研究與Teo(2009)和黃

俞寧(2013)之季頻率模型之重要設定及估計結果比較，整理於表4。本文兩個DSGE模型都未能滿足determinacy條件，不顯著的反應係數採0代入依然不滿足，後續進行相關預測分析時，反應係數是依原估計值代入後進行分析<sup>註20</sup>。

表4 台灣DSGE相關模型設定以及估計結果比較

論文設定	本計畫	黃俞寧 (2013)	Teo (2009)
計量模型頻率	月季混合頻率	季模型	季模型
樣本期間	1998M1-2015M12	1979Q1-2012Q2	1992Q1-2004Q4
貨幣政策	泰勒法則	貨幣總量法則	貨幣總量法則
消費跨期替代彈性 $1/\sigma$	校準1 (log-utility)	校準1 (log-utility)	校準1 (log-utility)
勞動供給彈性 $1/\varphi$	校準 $1/5=0.2$	校準 $1/4.56=0.22$	校準 $1/5=0.2$
開放程度 $\alpha$	校準 0.53	校準 0.91	校準 0.4
時間偏好折現因子 $\beta$	0.998 (年利率1.2%)	0.99 (年利率4%)	0.99 (年利率4%)
價格僵固 $\phi$	貿易加權外國變數 0.961 (僵固期26月) 美國為外國變數 0.944 (僵固期18月)	0.38 (僵固期1.6季)	0.635 (僵固期2.7季)

此外，本文估計一個不具備結構限制的縮減式混合頻率模型(以下簡稱 RE-MF 模型)，以便與具備結構涵義DSGE混合頻率模型的估計結果作一對照，RE-MF模型的最大概似估計結果見表5。其中，狀態方程式即式(17)-(23)的估計結果。模型的ML值為

-878.25，式(19)-(23)五個AR(1)係數值都相當接近1且高度統計顯著。測量誤差中標準差最大的是本國GDP季增率的測量誤差(標準差1.40)，這個數值比表2及表3的數值小，代表就GDP季增率這個變數而言，縮減式混合頻率模型的樣本內配適表現較佳。

表5 縮減式混合頻率模型估計結果：樣本期間1998年1月至2015年12月

解釋變數	狀態方程式						
	eq. (17)	eq. (18)	eq. (19)	eq. (20)	eq. (21)	eq. (22)	eq. (23)
	$\pi_t$	$y_t$	$R_t$	$\Delta e_t$	$\Delta s_t$	$\pi_t^*$	$\Delta y_t^*$
$\pi_{t-1}$	0.5654** (0.0871)	-0.0684 (0.1707)					
$y_{t-1}$	-0.6413* (0.3803)	-0.6302** (0.1273)					
$R_{t-1}$	1.5119 (0.9868)	1.5161 (1.7978)	0.9788** (0.0054)				
$\Delta e_{t-1}$	-0.0316 (0.0283)	-0.0272 (0.0471)		0.9213** (0.0286)			
$\Delta s_{t-1}$	-0.0589 (0.0522)	-0.1460** (0.0572)			0.9644** (0.0190)		
$\pi_{t-1}^*$	0.3098 (0.2456)	-0.0849 (0.5432)				0.9648** (0.0209)	
$\Delta y_{t-1}^*$	2.7636* (1.5285)	5.3507** (2.5103)					0.9070** (0.0453)
縮減式衝擊之標準差：							
	0.8233** (0.0567)	0.1935 (0.2266)	0.0327** (0.0148)	1.3811** (0.1146)	1.5582** (0.1233)	0.3208** (0.0205)	0.0476** (0.0084)
測量誤差之標準差：							
	0.0000 (0.2351)	1.4040** (0.2061)	0.0000 (0.0003)	0.0000 (0.5390)	0.0000 (0.7931)	0.0000 (0.0173)	0.3059** (0.1415)
最大概似值(ML value)		-878.25					

註 1：括號內之數值為標準誤。0.0000 代表該參數估計值小於0.00001。

註 2：\*代表該參數估計值在 10% 下顯著，\*\*代表該參數估計值在5%下顯著。

### 三、即時預報結果

本節依據前一小節的DSGE-MF模型(用貿易加權計算外國變數)，進行即時預報(nowcast)，即時預報是指在季底利用所有可用財經資訊測得GDP變化情況後即刻預報。例如，我們有興趣對2014年第4季的 GDP 成

長率提供初估值，在2014年12月我們有各種月觀察值，唯獨最後一筆產出資料出現於2014年9月，故在2014年12月的本國與外國產出資料是遺漏值。由於在現實中當我們進行即時預報時，有若干季資料是缺漏的，故以上處理資料的方法在學術界稱之為虛擬即時資料(pseudo real-time data)<sup>註21</sup>。本文的估

計方法以ADS 方法估計出所有期間的實質產出成長率狀態 $Q$ 值，其中 $Q_{2014,M12}$ 即為我們對2014年第4季GDP季增率的即時預報。

針對2012年第1季至2015年第4季資料進行兩種混頻模型比較<sup>註22</sup>，結果列於表6，當中粗體數字代表得到較小即時預報誤差平方(squared error)的模型，(A)欄是實際GDP季增率。在過去16季中，DSGE-MF混

頻模型有11次勝出紀錄，以均方根誤差(root mean squared error, RMSE)為評估標準，DSGE-MF模型(RMSE為0.957)也是優於 RE-MF 模型(RMSE為1.310)。不過，兩個模型都未能在GDP翻轉為負成長的時間點(2012年6月、2013年3月、2015年6月、9月)成功的即時預報出GDP負成長。

表6 實質國內生產毛額(GDP)季增率即時預報

年/月	實質GDP季增率(%)	DSGE-MF即時預報		RE-MF即時預報	
		預報值(%)	誤差平方	預報值(%)	誤差平方
		(A)	(B)	(C)	(D)
2012M03	2.536	<b>0.982</b>	<b>2.416</b>	0.262	5.172
2012M06	-0.157	<b>0.879</b>	<b>1.073</b>	1.028	1.403
2012M09	1.692	<b>1.507</b>	<b>0.034</b>	1.329	0.132
2012M12	0.233	<b>0.476</b>	<b>0.059</b>	2.322	4.366
2013M03	-0.300	0.780	1.168	<b>0.603</b>	<b>0.815</b>
2013M06	0.993	0.577	0.173	<b>1.369</b>	<b>0.141</b>
2013M09	0.786	<b>0.585</b>	<b>0.040</b>	1.458	0.452
2013M12	1.487	<b>1.456</b>	<b>0.001</b>	0.746	0.550
2014M03	0.200	<b>1.343</b>	<b>1.306</b>	1.810	2.593
2014M06	1.641	<b>1.707</b>	<b>0.004</b>	1.199	0.196
2014M09	1.259	1.050	0.044	<b>1.265</b>	<b>0.000</b>
2014M12	0.227	0.430	0.041	<b>0.405</b>	<b>0.032</b>
2015M03	0.472	<b>0.241</b>	<b>0.053</b>	-0.350	0.676
2015M06	-1.145	<b>0.924</b>	<b>4.279</b>	1.753	8.397
2015M09	-0.302	1.479	3.173	<b>0.987</b>	<b>1.663</b>
2015M12	0.790	<b>1.679</b>	<b>0.790</b>	1.730	0.884
RMSE			0.957		1.310

註：表中粗體字代表得到較小即時預報誤差平方的模型。

#### 四、預測結果

表7呈現四類模型對次季GDP季增率的預測表現評估。這四類模型分別是季頻率AR(1)模型、季頻率VAR(1)模型、DSGE-MF月季混頻模型，以及RE-MF月季混頻模型<sup>註23</sup>。表7(A)欄呈現的是實際GDP季增率。當我們收集季資料至2012年第1季做向前一季預測(one-quarter-ahead forecast)，預測的對象是2012年第2季GDP成長率，AR(1)模型預測結果見表7的(B)欄，VAR(1)模型預測結果見(C)欄。當我們握有月資料至2012年4月，此時欲針對2012年第2季(或6月份)的GDP成長率進行預測，我們做的是未來兩個月預測(two-month-ahead forecast)，其預測結果見表7的(E)欄及(G)欄。相同地，當我們握有月資料至2012年5月，此時欲針對2012年第1季(或6月份)的GDP成長率進行預測，我們做的是未來一個月預測(one-month-ahead forecast)，其預測結果見表7的(D)欄及(F)欄。

表7比較過去16季各模型的預測表現，當中粗體數字代表得到最小預測誤差平方的模型。我們發現DSGE-MF模型往前一個月的預測結果與往前兩個月的預測結果，幾乎完全相同，差距在 $10^{-4}$ 以內，代表新增的月觀察值未能更新ADS估計結果。AR(1)模型

有3次最佳記錄，VAR(1)模型有3次，DSGE-MF總共有5次，RE-MF往前一期預測模型有1次，RE-MF往前兩期預測模型有4次。綜合預測表現以RMSE評估，則RE-MF模型最佳(RMSE為0.87~0.89)，次優的是DSGE-MF模型(RMSE為0.98)，AR(1)模型(RMSE為1.04)與VAR(1)模型(RMSE為1.11)則預測表現較不理想，不過四類預測模型的RMSE差距不大。

大致而言，AR(1)模型會在前後兩季的GDP季增率變動有限的時點，有較為突出的預測表現，如2014年第3季及2015年第2季。雖然，VAR(1)模型在GDP成長率顯著下滑的時點，展現優異的預測能力，如2012年第2季及第4季、2014年第1季，不過，在2014年第3季以後RE-MF模型明顯較VAR(1)模型能預測出GDP的衰退。RE-MF及DSGE-MF模型相較於AR模型及VAR模型呈現預測優勢，代表混合頻率的計量方法能充分利用月資訊補強對季GDP的預測，故仍然是目前非常有價值的一種總體經濟預測架構。

經由本文的估計結果，我們發現這一套ADS的ML估計方法，並不適合進行中長期預測，因為當預測期拉長，Kalman filter演算法迴路遇遺失值處理的過程中，會使得估計出的 $Q$ 值趨於平滑，以致於更難捕捉到實際GDP季增率資料中的波動。

表7 實質國內生產毛額(GDP)季增率預測

年/季	(A) 實質GDP 季增率 (%)	(B) AR(1)季模型		(C) VAR(1)季模型		(D) DSGE-MF混頻模型 one-month-ahead		(E) DSGE-MF混頻模型 two-month-ahead		(F) RE-MF混頻模型 one-month-ahead		(G) RE-MF混頻模型 two-month-ahead	
		預測值	誤差平方	預測值	誤差平方	預測值	誤差平方	預測值	誤差平方	預測值	誤差平方	預測值	誤差平方
2012q1	2.536	0.578	3.834	-0.058	6.732	<b>1.054</b>	<b>2.199</b>	1.054	2.199	0.641	3.594	0.600	3.749
2012q2	-0.157	1.338	2.235	<b>-0.200</b>	<b>0.002</b>	1.080	1.529	1.080	1.529	0.273	0.185	0.374	0.281
2012q3	1.692	0.888	0.646	0.641	1.105	1.058	0.402	1.058	0.402	1.078	0.377	<b>1.172</b>	<b>0.270</b>
2012q4	0.233	1.181	0.898	<b>0.532</b>	<b>0.089</b>	1.069	0.699	1.069	0.699	0.965	0.535	0.903	0.449
2013q1	-0.300	0.951	1.566	0.518	0.669	1.055	1.837	1.055	1.837	0.275	0.331	<b>0.213</b>	<b>0.264</b>
2013q2	0.993	0.847	0.021	1.195	0.041	<b>1.033</b>	<b>0.002</b>	1.033	0.002	0.381	0.375	0.362	0.398
2013q3	0.786	1.043	0.066	0.445	0.116	<b>1.032</b>	<b>0.061</b>	1.032	0.061	-0.224	1.019	-0.281	1.139
2013q4	1.487	1.008	0.230	0.496	0.983	<b>1.028</b>	<b>0.211</b>	1.028	0.211	-0.123	2.594	-0.159	2.710
2014q1	0.200	1.120	0.845	<b>0.368</b>	<b>0.028</b>	1.036	0.698	1.036	0.698	0.422	0.049	0.456	0.066
2014q2	1.641	0.916	0.527	0.687	0.912	<b>1.023</b>	<b>0.383</b>	1.023	0.383	0.590	1.105	0.538	1.218
2014q3	1.259	<b>1.136</b>	<b>0.015</b>	-0.214	2.172	1.032	0.052	1.032	0.052	0.493	0.587	0.488	0.595
2014q4	0.227	1.083	0.733	0.504	0.076	1.035	0.653	1.035	0.653	0.365	0.019	<b>0.300</b>	<b>0.005</b>
2015q1	0.472	<b>0.922</b>	<b>0.203</b>	1.341	0.755	1.023	0.304	1.024	0.304	-0.336	0.652	-0.378	0.723
2015q2	-1.145	0.950	4.388	1.057	4.849	1.016	4.667	1.016	4.667	-0.357	0.621	<b>-0.362</b>	<b>0.613</b>
2015q3	-0.302	0.674	0.954	0.731	1.068	0.985	1.657	0.985	1.657	<b>-0.385</b>	<b>0.007</b>	-0.405	0.011
2015q4	0.790	<b>0.775</b>	<b>0.000</b>	1.146	0.127	0.967	0.031	0.967	0.031	0.371	0.175	0.455	0.112
RMSE			1.036		1.110		0.981		0.981		0.874		0.888

註：表中粗體字代表得到較小預測誤差平方的模型。

## 伍、結 論

在本研究中，我們嘗試結合混合頻率資料模型的概念，搭配一個台灣的動態結構總體模型，一方面克服縮減式模型缺乏具體結構意涵的缺點，另一方面能有效利用即時月資訊提高經濟預測效能。

本研究的主要內容分為兩階段進行，在第一個階段，我們推導一個適合台灣的小型開放經濟動態隨機一般均衡模型，據以建立其混合頻率動態結構總體模型，本研究使用1998年1月至2015年12月的總體資料，透過最大概似估計法 Kalman filter 技術來估計模型的結構參數。此外，我們估計一個縮減式混合頻率模型，以便與前述結構模型做一對照。在第二個階段，我們進行實質GDP成長率的即時預報(nowcast)與預測(forecast)，檢驗這個模型在兼具結構意涵及擁有即時月資訊兩方面優勢的前提下，是否能有效提高經濟預測效能。

從最大概似估計結果來判斷，縮減式混合頻率模型有適宜的配適度，演算法的收斂速度較快，缺點則是缺乏結構意涵來指導改進方向。混合頻率結構模型雖然有具體的結構意涵作為基礎，然而結構參數估計並不理想，同時模型的GDP季增率測量誤差偏大，侷限其預測表現。尤其，在實務操作上有其成本，包括估計收斂速度、估計值的穩健度

等等，都是挑戰。

本研究預測效能評比對象包括混合頻率結構模型、縮減式混合頻率模型、AR季模型、與VAR季模型。在即時預報表現項目，混合頻率結構模型優於縮減式混合頻率模型；在預測表現項目，縮減式混合頻率模型最佳，混合頻率結構模型次之，且兩類混合頻率模型都優於季模型。證明混合頻率的計量方法能充分利用即時的月資訊補強對季GDP的預測，提供我們有價值的一種總體經濟預測架構。

本研究最後提供幾個未來可能改進混頻動態結構總體模型的方向。第一，改進本研究所根據之DSGE模型。由於Gali and Monacelli(2005)的小型開放經濟體模型相對簡化，並未納入資本財與投資，未區分貿易財與非貿易財，未考慮工資僵固性，也沒有銀行部門，造成這個簡化模型不盡然適合台灣。第二，欲改進混合頻率結構模型預測表現，可以考慮其他的Kalman filter統計估計演算法，或許參數的估計較為穩健。第三，總體經濟結構模型為狀態轉移方程式提供基礎，但是測量方程式擁有更多設定上的自由度，未來可嘗試加入更多即時資料去捕捉實質產出的動態。

## 附 註

- (註1) 以單一動態因子模型來捕捉綜合經濟情勢的研究始於 Stock and Watson(1989,1991)，但直接以狀態空間架構下估計出的動態因子進行預測的研究，並不多見。Stock and Watson(2002a,2002b)以主成分分析法估計出動態因子並建立預測模型。
- (註2) 除了DSGE研究之外，Schorfheide and Song(2015)建立一個混合頻率VAR模型，採用貝式估計，但是並未考慮任何結構模型。
- (註3) 有多位學者曾經提出不同的Kalman filter技術來處理遺漏值，例如，Forni and Marcellino(2014a)因循 Mariano and Murasawa(2010)建立的Kalman filter演算法處理遺漏值，Huang(2010)估計台灣的月GDP則是採用Durbin and Koopman(2001)的Kalman filter演算法。
- (註4) 此處將Gali and Monacelli(2005)模型加以簡化，包括假設消費偏好中的本國財貨與外國財貨替代彈性為1，不同國度生產之進口財貨之間的替代彈性也是1。Lubik and Schorfheide(2007)曾利用類似的簡化版研究澳洲、加拿大、紐西蘭與英國的貨幣政策。
- (註5) Taylor(2001)認為利率法則不必對匯率反應，因為匯率變動會影響產出與物價膨脹率，故盯住產出缺口與物價膨脹缺口的利率法則，等同於利率政策會間接針對匯率波動作出反應。
- (註6) 本研究中貿易條件變動率設定為AR(1)自我迴歸式，值得注意的是，Gali and Monacelli(2005)推导出貿易條件變動率均衡條件為： $\Delta s_t = [\sigma / (1 - \alpha + \alpha \omega)] (\Delta y_t^* - \Delta y_t)$ ，當世界產出的成長率大於國內產出的成長率時，對國內生產財貨的需求增加，因而貿易條件改善。然而，我們使用本文的資料進行估計時，發現以上貿易條件內生的結構式與資料走勢相違背，加大估計偏誤，並且影響到模型中其他參數估計準確度。此一難題在Lubik and Schorfheide(2007)的國外研究已經遭遇過，他們因此建議設定貿易條件變動率為AR模型。
- (註7) 常見的線性理性預期模型解法，可以參考DeJong and Dave(2007)的整理。本文所用的公式與Forni and Marcellino(2014a)相同。
- (註8) 在混合縮減式頻率模式下，通常因為認定問題，只能有單一隱形因子，解讀為一個綜合經濟情勢指標，如Aruoba et al.(2009)。估計多於一個因子的解決方式之一為Mariano and Murasawa(2010)提出的Kalman filter混合頻率估計方法，但是他們的論文並未考慮任何結構模型。限於篇幅，本文只估計一種較為一般化的縮減式混合頻率模型。
- (註9) 匯率與利率之月頻資料取自於主計總處《統計資料庫》，係以當月每日平均計算而得。
- (註10) 計算外國實質產出成長率以及物價膨脹率所用的權數，是取1994-2014年間對台進出口總貿易量最大的5個國家或區域，其權數分別為中國大陸(含香港)0.371、日本0.217、美國0.214、歐盟19國0.129、南韓0.069。
- (註11) 在計算台灣名目有效匯率指數時，國際清算銀行(Bank for International Settlements, BIS)所用的狹義貿易權數不包括中國大陸，故本文採用BIS用廣義貿易權數計算的台灣名目有效匯率指數，權數依據2011-2013年間對台總貿易量最大共41個國家或區域，其中，中國大陸0.285、日本0.158、美國0.123、歐盟0.188。
- (註12) 在本研究模型內，決策時間單位為月，家計單位或廠商會依每個月所擁有的資訊進行決策，此資訊包含當月可用的年增率、季增率與月增率各種變數，混用並未違背任何經濟或計量理論，本文中的做法純粹是因應估計上的實務考量。GDP 變數若以年增率出現，則要改寫文中的加總法則，在狀態向量中加入更多落後項，此舉會增加估計上的成本。此外，本研究曾使用GDP季增率搭配CPI月變動率之通膨率、名目利率、名目匯率變動率等月頻率變數，惟資料雜訊過多，因此影響估計結果的精準度，故未採用。
- (註13) 本文樣本期間始自1998年，主要是因為1998年以前台灣央行的貨幣政策較適用貨幣成長法則，1998年之後適用利率法則，關於利率法則在台灣實證研究的適用性討論，見陳旭昇與吳聰敏(2010)。台灣學者如Teo(2009)與黃俞寧



- (2013)在建立台灣的DSGE模型時，採用貨幣成長法則，但國內貨幣政策實證文獻多數仍以泰勒利率法則為探討對象(如吳致寧等(2011)、林依伶等(2012)與吳若瑋與吳致寧(2014))，代表1998年之後央行的貨幣政策可用泰勒法則逼近。
- (註14)除了利率變數外，文中所提到的變數根據單根檢定都呈定態，此ADS演算法並未要求變數為定態序列，但不排除定態序列較容易得到穩健估計結果的可能性。
- (註15)估計難度有兩大關鍵，分別為式(10)模型求解(反矩陣無法成立)及估計參數值無法收斂。起始值選擇包含隨機設定、經濟理論與經驗法則。若此參數有其經濟意涵限制，例如價格僵固機率其值介於0與1中間，則會依非線性轉換設定。
- (註16)本文先固定若干校準參數值後，再進行其餘參數之ML估計。在以貝式估計為主的DSGE文獻中，參數校準與估計並存的狀況頗為常見。例如Teo(2009)和黃俞寧(2013)。會有這樣作法，主要是因為待估計參數過多。選用校準參數的標準在於易透過資料校準，或文獻對特定參數已形成共識，會用ML法估計的參數，多因為文獻上並無相關估計值可供參考。
- (註17)我們對泰勒法則的設定，未包含央行對匯率變動反應，主要是因為加入該變數後，式(4)的估計結果非常不穩定。給定不同的起始值會得到相當不同的結果，政策反應係數的估計值也往往不合理。造成此現象的可能原因為本文泰勒法則的設定不適用台灣。例如，央行可能採用不對稱的泰勒法則，國內關於不對稱泰勒法則的實證研究，見陳旭昇與吳聰敏(2010)、姚睿等(2010)、吳致寧等(2011)、林依伶等(2012)與吳若瑋與吳致寧(2014)。引入不對稱泰勒法則會增加本文模型ML估計收斂的困難度，故相關模型延伸留待日後再深入探討。
- (註18)感謝審查委員黃俞寧教授的提醒，由於本文可觀察到的經濟變數樣本中，缺乏可以適度描繪技術進步衝擊的經濟變數，故其估計值與標準差皆接近於0，表示本文的計量模型無法捕捉此衝擊。
- (註19)隱性狀態變數估計值是ADS法中的平滑過濾值(smoothed filter)。
- (註20)關於模型參數認定的困難，一直是DSGE分析的重要議題，可參考Canova and Sala(2009)及Iskrev(2010)的討論。
- (註21)關於建立模擬即時資料，用於進行預報評估的實證研究，可參考Breitung and Schumacher(2008)、Giannone et al.(2008)及Forni and Marcellino(2014b)等人的研究。
- (註22)我們嘗試檢視對2007至2009年區間的實質產出預測，發現樣本期間過短會影響本模型估計出波動程度夠大的隱性因子，故本文最早的評估期間始自2012第1季。
- (註23)我們也估計AR(2)、AR(3)、AR(4)季模型，係數都統計不顯著，故預測表現評估只以AR(1)季模型為準。向量自我迴歸VAR(1)季模型包含與RE-MF混頻模型相同的7個變數。

## 參考文獻

### 中文文獻

- 吳致寧、李慶男、張志揚、林依伶、陳佩玗與林雅淇，2011，再論台灣非線性利率法則，《經濟論文》，39(3)，307-338。
- 吳若璋與吳致寧，2014，台灣利率法則之估計-即時資料vs.修正資料，《經濟論文》，42(1)，31-78。
- 林依伶、張志揚與陳佩玗，2012，台灣利率法則之實證研究－考慮匯率變動之不對性效果，《中央銀行季刊》，34(1)，39-62。
- 姚睿、朱俊虹與吳俊毅，2010，台灣泰勒法則估計之資料訊息問題，《台灣經濟預測與政策》，41(1)，85-117。
- 張永隆，2010，最適貨幣政策之制定-考量存貨投資的小型開放經濟新興凱因斯DSGE模型，《中央銀行季刊》，32(1)，3-24。
- 陳旭昇與吳聰敏，2010，台灣貨幣法則之檢視，《經濟論文》，38，33-59。
- 陳旭昇與湯茹茵，2012，動態隨機一般均衡(DSGE)模型在貨幣政策制定上的應用：一個帶有批判性的回顧與展望，《經濟論文叢刊》，40(3)，289-323。
- 黃俞寧，2013，動態隨機一般均衡架構在台灣貨幣政策制定上之應用，《中央銀行季刊》，35，3-34。
- 管中閔、印永翔、姚睿、黃朝熙、徐之強與陳宜廷，2010，台灣動態隨機一般均衡模型(DSGE)建立與政策評估，行政院經建會委託報告。

### 英文文獻

- Aruoba, S.B., Diebold, F.X. and Scotti, C. 2009. Real-time measurement of business conditions, *Journal of Business and Economic Statistics*, 27(4), 417-427.
- Breitung, J., and Schumacher, C. 2008. Real-time forecasting of German GDP based on a large factor model with monthly and quarterly data, *International Journal of Forecasting*, 24(3), 386-398.
- Calvo, G. 1983. Staggered prices in a utility-maximizing framework, *Journal of Monetary Economics*, 12(3), 383-398.
- Canova, F. and Sala, L. 2009. Back to square one: Identification issues in DSGE models, *Journal of Monetary Economics*, 56, 431-449.
- Christiano, L.J. and Eichenbaum, M. 1987. Temporal aggregation and structural inference in macroeconomics, *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 26, 64-130.
- DeJong, D.N. and Dave, C. 2007. *Structural Macroeconometrics*, Princeton University Press.
- Durbin, J. and Koopman, S.J. 2001. *Time Series Analysis by State Space Methods*, Oxford University Press.
- Forni, C. and Marcellino, M. 2014a. Mixed-frequency structural models: Identification, estimation, and policy analysis, *Journal of Applied Econometrics*, 29, 1118-1144.
- Forni, C. and Marcellino, M. 2014b. A comparison of mixed frequency approaches for nowcasting Euro area macroeconomic aggregates, *International Journal of Forecasting*, 30, 554-568.
- Gali, J. and Monacelli, T. 2005. Monetary policy and exchange rate volatility in a small open economy, *Review of Economic Studies*, 72, 707-734.
- Ghysels, E., Sinko, A. and Valkanov, R. 2007. The MIDAS regressions: Further results and new directions, *Econometric Reviews*,

26(1), 53-90.

- Giannone D., Monti, F. and Reichlin, L. 2009. Incorporating conjunctural analysis in structural models, in *The Science and Practice of Monetary Policy Today*, Springer: Berlin, 41-57.
- Giannone, D., Reichlin, L., and Small, D. 2008. Nowcasting GDP and inflation: The real-time informational content of macroeconomic data releases, *Journal of Monetary Economics*, 55, 665–676.
- Huang, Y.L. 2010. Estimating Taiwan's monthly GDP in an exact Kalman filter framework: A research note, *Taiwan Economic Review*, 38, 147-160.
- Iskrev, N. 2010. Local identification in DSGE models, *Journal of Monetary Economics*, 57, 189-202.
- Kim, T.B. 2010. Temporal aggregation bias and mixed frequency estimation of New Keynesian model, Duke University: Mimeo.
- Lubik, T. and Schorfheide, F. 2007. Do central banks respond to exchange rate movements? A structural investigation, *Journal of Monetary Economics*, 54, 1069-1087.
- Mariano, R. and Murasawa, Y. 2003. A new coincident index of business cycles based on monthly and quarterly series, *Journal of Applied Econometrics*, 18, 427-443.
- Mariano, R. and Murasawa, Y. 2010. A coincident index, common factors, and monthly real GDP, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 72, 27-46.
- Nakamura, E. and Steinsson, J. 2008. Five facts about prices: A reevaluation of menu cost models, *Quarterly Journal of Economics*, 123, 1415-1464.
- Schorfheide, F. and Song, D. 2015. Real-time forecasting with a mixed-frequency VAR, *Journal of Business & Economic Statistics*, 33, 366-380.
- Stock, J.H. and Watson, M.W. 1989. New indexes of coincident and leading economic indicators, *NBER Macroeconomics Annual*, 4, 351-409.
- Stock, J.H. and Watson, M.W. 1991. A probability model of the coincident economic indicators, in Lahiri K. and Moore G. H.(eds), *Leading Economic Indicators*, Cambridge University Press, Cambridge, 63-89.
- Stock, J.H. and Watson, M.W. 2002a. Forecasting using principal components from a large number of predictors, *Journal of the American Statistical Association*, 97, 1167-1179.
- Stock, J.H. and Watson, M.W. 2002b. Macroeconomic forecasting using diffusion indexes, *Journal of Business & Economic Statistics*, 20, 147-162.
- Taylor, J.B. 2001. The role of the exchange rate in monetary policy rules, *American Economic Review*, 91, 263-267.
- Teo, W.L. 2009. Estimated dynamic stochastic general equilibrium model of the Taiwanese economy, *Pacific Economic Review*, 14, 194-231.
- Yau, R. 2013. A DSGE-based forecast model with monthly indicators, Working paper, National Central University.

## 附錄

本附錄詳列混合頻率結構模型下的狀態空間模型。進行估計前，將各變數資料減去其樣本平均值，故模型(1)-(8)式的常數項歸零，在4.2節繪圖比對GDP季增率與實質產出成長率狀態變數 $Q$ 時，各序列則還原加回樣本平均值。

令狀態變數向量為  $X_t = [\pi_t, \hat{y}_t, R_t, \Delta e_t, \Delta a_t, \Delta s_t, \pi_t^*, \Delta y_t^*]$ ，聯合式(1)與產出缺口 $\hat{y}_t$ 的定義，

可將(1)改寫為

$$\hat{y}_t = E_t \hat{y}_{t+1} - \frac{1}{\sigma} [R_t - E_t \pi_{t+1}] + \frac{\alpha\omega}{\sigma} E_t \Delta s_{t+1} + \left(\frac{1+\phi}{\sigma_\alpha + \phi}\right) E_t \Delta a_{t+1} - \frac{\alpha\sigma_\alpha(\omega-1)}{\sigma_\alpha + \phi} E_t \Delta y_{t+1}^*$$

因此，DSGE線性模型的矩陣模式(9):  $B(\theta)X_t = C(\theta)X_{t-1} + D(\theta)E_t X_{t+1} + F(\theta)\varepsilon_t$  可以表示成：

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{\sigma} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -\lambda[\sigma_\alpha + \phi] & 0 & 0 & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 1-\alpha & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_t \\ \hat{y}_t \\ R_t \\ \Delta e_t \\ \Delta s_t \\ \Delta a_t \\ \pi_t^* \\ \Delta y_t^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_\pi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi_{t-1} \\ \hat{y}_{t-1} \\ R_{t-1} \\ \Delta e_{t-1} \\ \Delta s_{t-1} \\ \Delta a_{t-1} \\ \pi_{t-1}^* \\ \Delta y_{t-1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma} & 1 & 0 & 0 & \frac{\alpha\omega}{\sigma} & \frac{1+\phi}{\sigma_\alpha + \phi} & 0 & \frac{-\alpha\sigma_\alpha(\omega-1)}{\sigma_\alpha + \phi} \\ \beta & 0 & 0 & 0 & \alpha\beta & 0 & 0 & 0 \\ (1-\rho_R)\psi_x & (1-\rho_R)\psi_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t \pi_{t+1} \\ E_t \hat{y}_{t+1} \\ E_t R_{t+1} \\ E_t \Delta e_{t+1} \\ E_t \Delta s_{t+1} \\ E_t \Delta a_{t+1} \\ E_t \pi_{t+1}^* \\ E_t \Delta y_{t+1}^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{Rt} \\ \varepsilon_{\hat{y}t} \\ \varepsilon_{st} \\ \varepsilon_{at} \\ \varepsilon_{\pi^*t} \\ \varepsilon_{y^*t} \end{bmatrix}$$

當中， $\lambda = (1-\beta\phi)(1-\phi)/\phi$ 。加入加總法則後，新的狀態變數向量擴展成  $S_t = [X_t, \hat{y}_{t-1},$

$\hat{y}_{t-2}, \Delta a_{t-1}, \Delta y_{t-1}^*, Q_t, Q_t^*]$ ，則混合頻率結構模型的狀態方程式(15)為：



