

Basel III 市場風險內部模型之建立

受委託單位: 國立清華大學

研究主持人: 鍾經樊

研究期程: 中華民國 104 年 2 月至 104 年 11 月

研究經費: 57 萬元

Basel III 市場風險內部模型之建立

1	緒論	1
2	市場風險內部模型的基本理論	2
2.1	金融資產的可能損失	2
2.2	市場風險損失分配的求導	4
2.2.1	風險值與資本計提	4
2.2.2	變異數共變數解析法	5
2.2.3	蒙地卡羅模擬法	8
2.2.4	歷史模擬法	9
2.2.5	風險值的回顧測試	10
3	市場風險因子的實證模型	14
3.1	股價指數實證模型	14
3.2	匯率實證模型	16
3.3	利率實證模型	17
3.4	加壓風險值	21
3.5	資料與風險值計算結果	23
4	結論	26
5	附錄: 期中報告意見回覆表	32
6	附錄: 期末報告意見回覆表	39

緒論

在全球化的大環境下，各地金融市場交互影響，全球金融資產價量的波動性大幅增加，導致 2007 年美國次貸危機所引發的金融危機以來持續的金融困頓，金融風險不僅影響金融市場的平穩運作，還進一步加大實體經濟的營運風險，相當程度的阻礙投資人的投資意願，降低各國經濟成長的動能。面對這種宏觀局面，各國對金融風險的監理要求不得不隨之大為提高，各國監理機構也加強合作，諸如國際清算銀行等國際監理機構協調各國金融監理的作用也越來越大，此外，隨著巨量金融資料的收集與金融理論與電腦工具的發展，金融監理的技術也不斷成長，雖然無法消除總體金融風險，但各國監理機構藉由新工具與新技術可以更有效率的辨識與衡量風險，乃至於更好的防範極端金融損失的衝擊，將極端金融損失限縮在可承受的範圍之內。

在本研究中我們將建立針對股權曝險、外匯曝險、與不同期限之利率曝險的市場風險模型，並據之計算臺灣全體本國銀行的市場風險經濟資本，¹ 市場風險模型的基本特點是可以處理各種市場曝險之間的相關性，亦即所謂的一般市場風險。我們將採用過去 6 年的股價指數、多個經濟體的匯率、以及多個經濟體的利率資料，進行模型估計，再根據估計結果進行電腦模擬，以導出臺灣所有銀行在三類市場曝險的市場損失分配，並隨之導出風險值，以作為求導經濟資本的基礎。

根據擬定國際銀行監管法規的 Basel Committee on Banking Supervision (BCBS) 所提出的 Basel 2.5 (後併入 Basel III，參見 BCBS 2006, 2009, 2010, 2011, 2011a) 的要求，² 除了採行標準市場風險模型推導正常狀況的風險值外，銀行針對市場風險計提資本時尚需加計加壓風險值 (Stressed Value at Risk 或 SVaR) 以強化計提資本，所謂的加壓風險值是指在市場曝險在壓力情境下之損失分配的風險值，參見 Obi and Sil (2015) 與 Pepe (2013) 對加壓風險值所提出的分析架構。在本研究中我們將總體財經變量導入市場風險模型得到所謂的「加壓風險值實證模型」，並隨之以極端不利之總體財經變量值代入加壓風險值實證模型，以作為產生壓力情境下損失分配的基礎。有關根據 Basel 2.5 新市場風險監理規範在各國的執行情形，可參見國際清算銀行 (BIS, 2015) 的普查報告，Prorokowski and Prorokowski (2014) 查訪 10 家大型國際銀行與金融公司在加壓風險值的實施狀況，發現這些銀行的主要困難都在於對加壓風險值進行實證分析時所使用資料的品質問題。

¹本研究所稱臺灣全體銀行均是指 39 家本國銀行。

²到 2013 年中美國、加拿大、歐盟、日本、韓國、中國大陸、印度、香港、新加坡、南非、沙烏地阿拉伯、土耳其、巴西、俄羅斯均已完成法規建置與推行。

市場風險內部模型的基本理論

金融資產價格 (包括利率、權益價格、或是匯率) 的變動是吸引投資人對之進行交易的主要誘因, 若價格變動的方向與大小正如投資人所預期, 買低賣高的投資人便可獲利, 反之就會成為損失, 這便是金融資產市場風險的來源。

市場風險最完整的衡量指標是市場風險損失分配, 有了市場風險損失分配, 我們便可求導諸如預期損失與風險值等相關統計量作為精簡的風險衡量指標, 並得以建立以資本計提為中心的風險管理措施。

相對於信用風險、作業風險、流動性風險等其他主要風險類型, 學界與業界對市場風險研究的歷史較長, 成果也最為完整, 參見 Hull (2012), Dowd (2005), 風險值分析的普及就是由對市場風險的量化研究開始, 早在 1995 年的 Basel I 就容許金融機構採用自行開發數量模型計算市場風險的資本計提等, 對其他風險的分析就常以市場風險為標竿比照辦理。

2.1 金融資產的可能損失

在這個小節中我們將針對股權、外匯、與利率曝險等金融資產定義其市場風險損失, 並逐一辨識造成各金融資產損失的風險因子。

給定 V_t 是某金融資產在第 t 日的價值, 則持有該金融資產在第 t 日的可能損失是第 $t-1$ 日到第 t 日之兩日價值變動的負值:

$$L_t = -\Delta V_t := -(V_t - V_{t-1}). \quad (2.1)$$

接下來我們將逐一解析股權、外匯、利率曝險等三種金融資產之市場曝險的可能損失, 我們要指出, 本章基本理論探討中為便於說明, 均是以日為時點的衡量單位, 但本研究實證分析所使用的卻都是月資料 (或是季資料), 所以之後各章以實證資料為中心的分析中, 均將改以月為時點的衡量單位。

股權與外匯的可能損失

股權與外匯均為沒有到期日之金融資產, 其曝險值是價格與數量的乘積: 股權曝險是股票價格與股票張數的乘積, 外匯曝險是直接報價匯率 (1 元外幣可換得的本幣金額) 與外幣數量 (外幣金額) 的乘積。若以 X_t 代表金融資產在第 t 日的價格, 再以 \bar{V} 代表金融資產的數量, 則持有金融資產在第 t 日的曝險值便是

$$V_t = \bar{V} \cdot X_t. \quad (2.2)$$

給定金融資產的數量 \bar{V} 固定不變, 若金融資產價格在第 $t-1$ 日至第 t 日期間發生變動 $\Delta X_t := X_t - X_{t-1}$, 則前述金融資產曝險在第 t 日的可能損失將是

$$L_t = -\Delta V_t = -\bar{V} \cdot \Delta X_t = -\bar{V} \cdot X_{t-1} \cdot \frac{\Delta X_t}{X_{t-1}} = -V_{t-1} \cdot \frac{\Delta X_t}{X_{t-1}}, \quad (2.3)$$

其中 $\Delta X_t / X_{t-1}$ 是金融資產的日報酬率, 而 V_{t-1} 則是金融資產在前一日 (第 $t-1$ 日) 的曝險值。給定金融資產的數量固定不變, 金融資產的日報酬率將是唯一風險因子 (亦即損失來源)。

利率曝險組合的可能損失

由於利率曝險組合可拆解為不同到期日的利率曝險，若擬推導利率曝險組合的可能損失，就必須先分析特定期限之單一利率曝險的可能損失。

給定期限為 T 期單位利率曝險 (亦即可回收 1 元本金的利率曝險，通常可以零息債券為代表) 在第 t 日的樣本觀察值 $B_t(T)$ ，持有曝險總值為 \bar{V} 的 T 期利率曝險在第 t 日的樣本觀察值便是

$$V_t(T) = \bar{V} \cdot B_t(T), \quad (2.4)$$

這裡所附加的 (T) 是用來強調期限 T 對曝險的影響，因而異於 (2.2) 式。 $B_t(T)$ 與對應 T 期即期利率 $R_t(T)$ 在第 t 日的樣本觀察值有如下的關係：

$$B_t(T) = \frac{1}{1 + T \cdot R_t(T)},$$

因此單位利率曝險 $B_t(T)$ 的任何變動均源自於對應即期利率 $R_t(T)$ 的變動，我們因而可以即期利率的變動 $\Delta R_t(T)$ 表示的單位利率曝險變動率

$$\frac{\Delta B_t(T)}{B_{t-1}(T)} = -\frac{T \cdot \Delta R_t(T)}{1 + T \cdot R_{t-1}(T)}.$$

若單位利率曝險在第 $t-1$ 日至第 t 日期間發生變動 $\Delta B_t(T)$ ，則利率曝險曝險在第 t 日的可能損失便是

$$L_t(T) = -\Delta V_t(T) = -\bar{V} \cdot \Delta B_t(T) = -\bar{V} \cdot B_{t-1}(T) \cdot \frac{\Delta B_t(T)}{B_{t-1}(T)} = -V_{t-1}(T) \cdot \frac{\Delta B_t(T)}{B_{t-1}(T)}, \quad (2.5)$$

其中 $V_{t-1}(T) = \bar{V} \cdot B_{t-1}(T)$ 是單位利率曝險在前一日 (第 $t-1$ 日) 的曝險值。

這裡的單位利率曝險 (2.4) 式以及對應的損失 (2.5) 式與前述其他金融資產之曝險 (2.2) 式與損失 (2.3) 式在形式上完全一樣，唯一的差別就只在於之前對股價或匯率價格的曝險並無到期日，故曝險以及對應損失的符號 V_t 與 L_t 都未附加 (T) 標記。此外，以即期利率變動 $\Delta R_t(T)$ 表示單位利率曝險變動率 $\Delta B_t(T)/B_{t-1}(T)$ 異於之前其他價格 (股價、匯率) 之變動率 $\Delta X_t/X_{t-1}$ 的形式，除了分母不是利率 $R_{t-1}(T)$ 而是 $1 + T \cdot R_{t-1}(T)$ 外，分子也多了 T 以反應即期利率 $R_t(T)$ 的期間 T 所產生的影響。

給定利率曝險組合包含 n 個期限分別為 T_i 的單位利率曝險 $B_t(T_i)$ ，則此利率曝險組合的可能損失是其所包含單位利率曝險之可能損失的總和：

$$L_t(T_1, \dots, T_n) = -\sum_{i=1}^n V_{t-1}(T_i) \cdot \frac{\Delta B_t(T_i)}{B_{t-1}(T_i)}, \quad (2.6)$$

其中 $V_{t-1}(T_i)$ 是到期日為 T_i 的單位利率曝險在前一日 (第 $t-1$ 日) 的價值，而 $\Delta B_t(T_i)/B_{t-1}(T_i)$ 則是 T_i 期單位利率曝險因即期利率 $R_t(T_i)$ 變動所產生的變動率。

利率曝險與股權的個別風險

計算利率曝險價格所採用的各期即期利率 $R_t(T)$ 除了反應市場利率趨勢之所謂的「一般市場風險」(General Market Risk) 外，也會反應利率曝險發行機構包括信用風險與流動性風險等的「個別風險」(Specific Risk)，亦即利率曝險損失定義中各期零息利率的變動值 $\Delta R_t(T_i)$ 將包含來自於一般市場風險的變動以及來自於個別風險的變動，同理，股權的發行機構也有信用風險與流動性風險等，股價的變動值因而也應反應個別風險的變動，但前述針對利率曝險價格與股價的損失定義並未明確的考慮這種個別風險。

2.2 市場風險損失分配的求導

前述 (2.3) 式中的股權或外匯價格日變動率 (亦即日報酬率) $\Delta X_t/X_{t-1}$ 、或是 (2.5) 式中的利率曝險日變動率 $\Delta B_t(T)/B_{t-1}(T)$ ，都是市場風險損失的風險因子，也是計算市場風險損失所需的核心變量，我們將以 y_t 代表這些日報酬率，並根據 (2.3) 或 (2.5) 式將市場曝險的損失寫成前一日曝險值 V_{t-1} 與 y_t 之乘積的負值：

$$L_t = -V_{t-1} \cdot y_t. \quad (2.7)$$

這裡的前一日曝險值 V_{t-1} 是給定股權或外匯之固定的數量 \bar{V} 與前一日價格 X_{t-1} 的乘積： $V_{t-1} := \bar{V} \cdot X_{t-1}$ ，或是單位利率曝險之固定的數量 \bar{V} 與前一日價格 $B_{t-1}(T)$ 的乘積： $V_{t-1} := \bar{V} \cdot B_{t-1}(T)$ 。

我們還可進一步考慮包括 m 個曝險的曝險組合，例如由多個不同單位利率曝險所組合而成的利率曝險組合、包括多個不同公司股票的股權資產組合、或是包括多種外幣的淨持有部位，對應的損失均可以如下形式表示

$$L_t = -\sum_{i=1}^m V_{i,t-1} \cdot y_{it} = -\mathbf{v}'_{t-1} \mathbf{y}_t, \quad (2.8)$$

這裡的 \mathbf{v}_{t-1} 與 \mathbf{y}_t 分別是由 $V_{1,t-1}, V_{2,t-1}, \dots, V_{m,t-1}$ 以及 $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{mt}$ 所組成的 m 維向量，至於 $V_{i,t-1}$ 則是第 i 個曝險在第 $t-1$ 日的價值，可正可負 (正值表示長部位，負值代表短部位)，而 y_{it} 是第 i 個曝險在第 t 日的報酬率。

金融資產組合的市場風險

給定個別金融資產的可能損失，我們可進一步定義包含多種金融資產之資產組合的可能總損失為各成份金融資產之可能損失的總和，更明確的說就是以各成份價值佔資產組合總值之比率為權數的加權和，因而也具 (2.8) 式的形式。

金融資產報酬率的模型設定

由 (2.7) 與 (2.8) 式可知，市場曝險的損失 L_t 都是前一日市場曝險價值 \mathbf{v}_{t-1} 與當日市場曝險價格變動率 (報酬率) \mathbf{y}_t 的乘積，相對於前一日的市場曝險 \mathbf{v}_{t-1} 是由投資人所掌控，當日市場曝險價格的日報酬率 \mathbf{y}_t 則由市場決定，對投資人來說是具有不確定性的隨機變量，也是遭受可能損失 L_t 的風險來源 (風險因子)。

若市場曝險的日報酬率 \mathbf{y}_t 是隨機變量，則損失 L_t 作為 \mathbf{y}_t 的線性函數必然也是隨機變量，所謂的損失分配 (L_t 的分配) 自然就是源自於 \mathbf{y}_t 作為隨機變量的分配，由此可知，推導任何市場風險損失分配的第一步就是設定對應市場曝險日報酬率 \mathbf{y}_t 的分配，一般可採用三種不同的方法推演此分配：變異數共變數解析法、蒙地卡羅模擬法、與歷史模擬法，之後我們對這三種推導 \mathbf{y}_t 分配的方法將分節進行詳盡的解釋與分析，接下來我們將先介紹市場風險損失分配及其風險值在風險管理上的用途。

2.2.1 風險值與資本計提

任何市場曝險組合之計提資本的決定都是建立在其市場風險損失分配及其風險值上，給定市場曝險組合之損失的定義 (2.7) 與 (2.8) 式，則在前一日個別市場曝險價值 \mathbf{v}_{t-1} 固定的假設下，市場曝險組合信賴水準為 α 的風險值是

$$\begin{aligned} \text{VaR}_\alpha &:= E(L_t | L_t = \text{VaR}_\alpha) \\ &= -\mathbf{v}'_{t-1} E(\mathbf{y}_t | L_t = \text{VaR}_\alpha). \end{aligned} \quad (2.9)$$

給定市場曝險組合的損失是 (2.9) 式, 在前一日個別市場曝險價值 \mathbf{v}_{t-1} 固定的假設下, 則個別市場曝險對信賴水準為 α 的風險值的風險貢獻可寫成

$$\Delta_i \text{VaR}_\alpha := E(L_{it} | L_t = \text{VaR}_\alpha) = -V_{i,t-1} \cdot E(y_{it} | L_t = \text{VaR}_\alpha). \quad (2.10)$$

由於資產組合的總損失 L_t 達到重大損失水準 VaR_α 時, 大多數市場曝險的價格都必然是下跌的, 在價格變動率的無條件期望值 $E(y_{it})$ 等於 0 的假設下, 價格變動率的條件期望值都將小於無條件期望值 $E(y_{it}) = 0$, 亦即 $E(y_{it} | L_t = \text{VaR}_\alpha)$ 與 $E(y_{it} | L_t \geq \text{VaR}_\alpha)$ 必將是負值, 風險貢獻因而就是正值。

給定計提資本的根據是損失分配之信賴水準為 α 的風險值或是預期損失, 則在前一日個別市場曝險價值 \mathbf{v}_{t-1} 固定, 以及價格變動率的無條件期望值 $E(y_t)$ 等於 0 的假設下, 市場曝險組合的計提資本是:

$$\text{計提資本} = \text{VaR}_\alpha = -\mathbf{v}'_{t-1} E(\mathbf{y}_t | L_t = \text{VaR}_\alpha), \quad (2.11)$$

對應的資本計提率是

$$\text{資本計提率} = \frac{\text{計提資本}}{V_{t-1}} = \frac{-\mathbf{v}'_{t-1} E(\mathbf{y}_t | L_t = \text{VaR}_\alpha)}{V_{t-1}}, \quad (2.12)$$

其中 V_{t-1} 是前一日市場曝險組合的價值, 是個別市場曝險價值 $V_{i,t-1}$ 的總和, 個別市場曝險的計提資本則是:

$$\text{計提資本}_i = \Delta_i \text{VaR}_\alpha = -V_{i,t-1} \cdot E(y_{it} | L_t = \text{VaR}_\alpha), \quad (2.13)$$

對應的資本計提率是

$$\text{資本計提率}_i = \frac{\text{計提資本}_i}{V_{i,t-1}} = -E(y_{it} | L_t = \text{VaR}_\alpha). \quad (2.14)$$

市場曝險價格之間的相關性: 若個別報酬率 y_{it} 之間的正相關性越大, 則其條件期望值 $E(y_{it} | L_t = \text{VaR}_\alpha)$ 與 $E(y_{it} | L_t \geq \text{VaR}_\alpha)$ 就越負, 這將導致資產組合總損失 L_t 有較大的風險值 VaR_α , 亦即資產組合的計提資本也就較大, 對應的個別資產計提資本也傾向於較大, 換言之, 個別市場曝險的計提資本很受其價格間相關程度的影響。

2.2.2 變異數共變數解析法

若市場曝險只牽涉到單一金融資產的價格及其日報酬率 y_t , 或是市場曝險雖包含多個金融資產但金融資產的價格及其日報酬率 \mathbf{y}_t 相當簡單, 我們便可直接假設日報酬率 y_t 或 \mathbf{y}_t 的分配, 通常就是常態分配, 並隨之推導對應的市場風險損失分配及其風險值, 這就是所謂的「變異數共變數解析法」。

假設曝險之日報酬率 y_t 是期望值為 0、變異數為 σ^2 的常態分配:¹

$$y_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2), \quad (2.15)$$

則由 (2.7) 式可知作為曝險之日報酬率固定倍數的損失也會是常態分配:

$$L_t = -V_{t-1} \cdot y_t \sim \mathcal{N}(0, V_{t-1}^2 \cdot \sigma^2). \quad (2.16)$$

我們要強調, 在曝險之日報酬率的這個分配中, σ^2 是唯一的未知參數, 通常可根據曝險價格的日資料計算對應報酬率的樣本值 y_t , $t = 1, 2, \dots, N$, 後, 再以 y_t 的樣本變異數估計之。

¹若報酬率的期望值不等於 0, 則我們可假設 y_t 是減去報酬率平均值後的報酬率, 我們要特別強調, 由於絕大多數市場曝險的報酬率都極小, 因此其樣本平均數就很接近 0。

根據這些結果, 我們便可由給定樣本最後一日的曝險部位 V_N , 直接導出樣本外之第 $N + 1$ 日損失 L_{N+1} 的常態分配 $\mathcal{N}(0, V_N^2 \cdot \sigma^2)$, 並計算對應之信賴水準為 α 的單日風險值 VaR_α , 由 (2.11) 式可知這也就是對應的單日資本計提, 因此, 第 $N + 1$ 日之信賴水準為 α 的單日風險值及單日資本計提是

$$\text{資本計提} := \text{VaR}_\alpha = V_N \cdot \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sigma. \quad (2.17)$$

根據 (2.12) 式可知對應的單日資本計提率便是

$$\text{資本計提率} := \frac{\text{VaR}_\alpha}{V_N} = \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sigma, \quad (2.18)$$

亦即日報酬率 y_t 信賴水準為 α 的風險值, 這就是變異數共變數解析法求導市場風險損失分配以及對應風險值的步驟。

股權與外匯的資本計提率: 由 (2.3) 式可知, 股權與外匯的日報酬率皆可寫成

$$y_t = \frac{\Delta X_t}{X_{t-1}},$$

若假設

$$y_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2),$$

則由 (2.18) 式可知, 股權或外匯之信賴水準為 α 的單日資本計提率就是

$$\text{資本計提率} = \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sigma. \quad (2.19)$$

我們可根據股權價格或匯率價格的日資料計算對應的日報酬率 y_t , $t = 1, 2, \dots, N$, 後, 再以 y_t 的樣本變異數估計前式中唯一之未知參數日報酬率的變異數 σ^2 。

利率曝險的資本計提率: 由 (2.5) 式可知, 採連續複利之 T 期單位利率曝險的日報酬率是

$$y_t = \frac{\Delta B_t(T)}{B_{t-1}(T)} = -T \cdot \Delta R_t(T),$$

其中 $\Delta R_t(T)$ 是 T 期即期利率的日變動值, 若假設

$$\Delta R_t(T) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\circ^2),$$

則

$$y_t \sim \mathcal{N}(0, T^2 \cdot \sigma_\circ^2),$$

由 (2.18) 式可知, T 期單位利率曝險在第 $N + 1$ 日之信賴水準為 α 的單日資本計提率就是

$$\text{資本計提率} = \Phi^{-1}(\alpha) \cdot T \cdot \sigma_\circ.$$

我們要強調, 這裡的到期日 T 是以第 $N + 1$ 日為起始時點加以定義。

曝險組合的的資本計提率

當曝險的數目 m 大於 1 時, 我們可進一步假設這些曝險之 m 維日報酬率向量 \mathbf{y}_t 是期望值為 $\mathbf{0}$ 、變異數共變數矩陣為 $\text{Var}(\mathbf{y}_t) = \Sigma$ 的 m 維常態分配:

$$\mathbf{y}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma), \quad (2.20)$$

則由 (2.8) 式可知損失分配便是

$$L_t = -\mathbf{v}'_{t-1} \mathbf{y}_t \sim \mathcal{N}\left(0, \mathbf{v}'_{t-1} \Sigma \mathbf{v}_{t-1}\right), \quad (2.21)$$

其中 \mathbf{v}_{t-1} 是包含前一日曝險值的 m 維向量。對於未知參數 Σ 的估計, 我們可利用 m 個曝險價格的日資料計算對應的報酬率 y_{it} , $t = 1, 2, \dots, N$, $i = 1, 2, \dots, m$, 再以這些曝險報酬率的樣本變異數共變數矩陣作為 Σ 的估計值。

給定樣本最後一日的曝險部位 \mathbf{v}_N 以及樣本外之第 $N+1$ 日損失 L_{N+1} 的常態分配 $\mathcal{N}\left(0, \mathbf{v}'_N \Sigma \mathbf{v}_N\right)$, 我們可計算對應之信賴水準為 α 的單日風險值 VaR_α , 根據 (2.11) 式可知, 這也就是對應的單日資本計提, 因此, 第 $N+1$ 日之信賴水準為 α 的單日風險值及單日資本計提是

$$\text{資本計提} := \text{VaR}_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sqrt{\mathbf{v}'_N \Sigma \mathbf{v}_N}. \quad (2.22)$$

由 (2.12) 式可知對應的單日資本計提率便是

$$\text{資本計提率} := \frac{\text{VaR}_\alpha}{V_N} = \frac{\Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sqrt{\mathbf{v}'_N \Sigma \mathbf{v}_N}}{V_N}. \quad (2.23)$$

利率曝險組合的資本計提率: 由之前利率曝險組合的損失定義 (2.6) 式可知, 利率曝險組合的變動率是

$$y_{it} = \frac{\Delta B_t(T_i)}{B_{t-1}(T_i)} = -\frac{T_i \cdot \Delta R_t(T_i)}{1 + R_{t-1}(T_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.24)$$

其中 $\Delta R_t(T_i)$ 是 T_i 期即期利率的日變動值, 假設

$$\Delta \mathbf{r}_t := [\Delta R_t(T_1) \quad \Delta R_t(T_2) \quad \dots \quad \Delta R_t(T_n)]' \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma_o), \quad (2.25)$$

再假設 \mathbf{A}_{t-1} 是以 $T_i/[1 + R_{t-1}(T_i)]$ 為對角元素的 $n \times n$ 對角矩陣, 因 \mathbf{A}_{t-1} 在第 t 日是已知值, 可得

$$\mathbf{y}_t := \mathbf{A}_{t-1} \Delta \mathbf{r}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{A}_{t-1} \Sigma_o \mathbf{A}_{t-1}). \quad (2.26)$$

給定 n 維向量 $\mathbf{v}_{t-1} = [V_{t-1}(T_1) \quad V_{t-1}(T_2) \quad \dots \quad V_{t-1}(T_n)]'$, 其中 $V_{t-1}(T_i)$ 則是到期日為 T_i 之利率曝險值, 由 (2.22) 式可知, 利率曝險組合在第 $N+1$ 時點之信賴水準為 α 的風險值及資本計提就是

$$\text{資本計提} := \text{VaR}_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sqrt{\mathbf{v}'_N \mathbf{A}_{t-1} \Sigma_o \mathbf{A}_{t-1} \mathbf{v}_N}, \quad (2.27)$$

對應的資本計提率便是

$$\text{資本計提率} := \frac{\text{VaR}_\alpha}{V_N} = \frac{\Phi^{-1}(\alpha) \cdot \sqrt{\mathbf{v}'_N \mathbf{A}_{t-1} \Sigma_o \mathbf{A}_{t-1} \mathbf{v}_N}}{\mathbf{v}'_N \mathbf{1}}.$$

風險因子的分配假設

採用變異數共變數解析法求導市場曝險之單日風險值及單日資本計提的前提假設是, 不論是日報酬率、風險因子、還是損失分配, 都是變異數與共變數固定不變的常態分配, 但過去諸多的研究顯示, 種類繁多的金融資產價格與即期利率皆有其獨特的分配, 建立在常態分配假設上的變異數共變數解析法難以適用, 我們因而必須進一步考慮採用不受常態分配假設局限的蒙地卡羅模擬法或是歷史模擬法。

風險值的參考期間

風險值除了信賴水準的設定外，也須設定對應的參考期間，這是因為損失分配的推導是建立在給定參考期間的，例如針對市場曝險的損失分配大多以 1 日為參考期間，考慮的是每日的可能損失，我們還要指出 Basel II 的相關規定，衡量銀行市場風險所採用的是以 10 日為參考期間、信賴水準為 99% 的風險值。

市場風險之風險值參考期間的調整：如前所述，大多數金融機構對市場風險的管理是根據每天盈虧所估計之參考期間為 1 天的風險值，² 並據以迅速的調整各曝險部位以管控市場風險，也正因為曝險部位的快速調整導致每天的損失分配都各不相同，較長天期的市場風險損失分配以及對應的風險值可能並無意義。然而 Basel II 規定市場風險的計提資本是根據 10 天的風險值進行計算，一般便以如下的方式將單日風險值轉換為 N 日的風險值：

$$N \text{ 日的風險值} = \sqrt{N} \times \text{單日風險值}. \quad (2.28)$$

我們要指出，若每日市場曝險的獲利均為彼此獨立且有完全相同的分配 (i.i.d.)，且其共同的分配是以 0 為期望值、以 σ 為標準差的常態分配，則上述公式便可成立，這是因為 N 日獲利分配是 N 個單日獲利的簡單加總，所以是一個以 0 為期望值、以 $\sqrt{N} \cdot \sigma$ 為標準差的常態分配。

變異數共變數解析法的計算通常相當簡單，但其前提假設是作為風險因子的日報酬率 y_t 的分配可直接設定為常態分配，風險因子之間的關係可直接以常態日報酬率間的相關係數代表，但這個前提不見得能夠成立，我們因而便須藉助電腦的快速計算能力模擬出風險因子的分配，包括接下來所要簡介的兩種電腦模擬方式。

2.2.3 蒙地卡羅模擬法

若市場曝險包含很多金融資產 (因而維數 n 很高)，以至於我們難以直接設定風險因子 (亦即日報酬率) y_t 的高維數分配，就必須嘗試 (根據一些財金理論) 辨識日報酬率 y_t 背後數目較少的「底層風險因子」，並對日報酬率 y_t 與這些底層風險因子之間的關係設定進一步的統計模型。此外，若市場曝險所包含的金融資產之間有很複雜的關係，例如，若市場曝險包含選擇權或是具隱含選擇權 (Embedded Option) 的結構商品，則市場曝險便是其標的資產價值的高度非線性函數，風險因子因而包括標的資產日報酬率的二次式。這些問題均會導致市場曝險日報酬率 y_t 的分配過於複雜 (不可能還是常態分配)，因而只能由 y_t 與底層風險因子之間的統計模型出發，採用電腦模擬的方式產生日報酬率 y_t 的分配以及對應的損失分配，此即所謂的「蒙地卡羅模擬法」，蒙地卡羅模擬損失分配的步驟包括：

1. 利用電腦產生 $\mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma)$ 分配的模擬值 $\mathbf{y}_{N+1}^{(s)}$ ；
2. 給定資產組合中 m 個資產的部位 V_{iN} ，計算損失模擬值：

$$L_{N+1}^{(s)} = -\mathbf{v}'_N \mathbf{y}_{N+1}^{(s)}. \quad (2.29)$$

重複此二步驟 S 次 (例如 10 萬次)，得到 S 個損失模擬值 $L_{N+1}^{(s)}$ ， $s = 1, 2, \dots, S$ ，再據之繪製直方圖，此直方圖便應相當接近損失分配，其預期損失與損失變異數便可分別以 S 個損失模擬值的樣本平均數與樣本變異數逼近，

²我們還要指出市場風險的風險值大都是由獲利分配所導出，與之前由損失分配所導出的風險值並不完全相同：因為獲利與損失互為彼此的負值，由損失分配所導出之風險值是較大 α 值的 α 分量 (在損失分配的右邊)，而由獲利分配所導出之風險值是較小 α 值的 α 分量 (在獲利分配的左邊)。

而風險值 VaR_α 則是由小到大排序之 $L_{N+1}^{(s)}$ 模擬值的第 $\alpha \cdot S$ 個數值,³ 這種利用電腦模擬逼近損失分配與風險值的遞迴方法即「蒙地卡羅模擬法」(Monte Carlo Simulation)。

若資產報酬率 \mathbf{y}_{N+1} 不是常態而是某個特定 m 維分配 G , 則損失分配就不再是常態分配, 便也無法再採用之前所述的變異數共變數解析法, 此時就只能利用蒙地卡羅模擬法逼近損失分配與風險值, 其中第一步中須改以 G 分配產生 m 變量模擬值 $\mathbf{y}_{N+1}^{(s)}$, 而 G 分配所包含的任何參數也都須事先利用資產報酬率的樣本資料加以估計。

底層風險因子: 給定月報酬率 \mathbf{y}_t 的形成過程中存在其他的 (數目也較少的) 風險因子 (底層風險因子) $\boldsymbol{\varepsilon}_t$, 且 \mathbf{y}_t 與 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 之間的關係滿足特定的 (可能是高度非線性的) 統計模型設定:

$$\mathbf{y}_t = g(\boldsymbol{\varepsilon}_t | \boldsymbol{\theta}),$$

其中 $\boldsymbol{\theta}$ 是未知參數, 則縱使底層風險因子 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 是常態的隨機向量, 月報酬率 \mathbf{y}_t 的統計分配乃至對應的損失分配也會是高度複雜的非常態的隨機向量, 求導損失分配就只能採用蒙地卡羅模擬法, 利用電腦產生常態 (或是其他已知分配) 之底層風險因子 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 的模擬值 $\boldsymbol{\varepsilon}_1^{(s)}, \boldsymbol{\varepsilon}_2^{(s)}, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_n^{(s)}$, 再將之分別轉換為 $\mathbf{y}_t^{(s)} = g(\boldsymbol{\varepsilon}_1^{(s)} | \hat{\boldsymbol{\theta}}), \mathbf{y}_t^{(s)} = g(\boldsymbol{\varepsilon}_2^{(s)} | \hat{\boldsymbol{\theta}}), \dots, \mathbf{y}_t^{(s)} = g(\boldsymbol{\varepsilon}_n^{(s)} | \hat{\boldsymbol{\theta}})$, 其中 $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ 是利用月報酬率 \mathbf{y}_t 與底層風險因子 $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 的樣本觀察值所求得之未知參數 $\boldsymbol{\theta}$ 的估計值, 給定月報酬率 \mathbf{y}_t 的模擬值, 便可完成其他的蒙地卡羅模擬步驟。

蒙地卡羅模擬的這個用途對利率曝險組合的分析具有特別的意義, 由於利率曝險組合的主要風險因子是不同期限的即期利率, 而即期利率因期限的不同而類別繁多, 一般會嘗試利用不同期限之即期利率所遵從的殖利率曲線關係 (利率期限結構), 更有效率推導出這些即期利率的分配, 之後的第 3.3 小節對此將有完整的說明。

2.2.4 歷史模擬法

除了前述的蒙地卡羅模擬法外, 還有一種根據「重抽樣」概念的「歷史模擬法」, 所謂的重抽樣即是在市場曝險日報酬率 \mathbf{y}_t 的歷史觀察值中不斷進行隨機抽取 (對抽取到的樣本加以記錄後再擲回), 只要重抽樣的次數夠多, 我們便可視重抽取所得到的大量記錄值為日報酬率 \mathbf{y}_t 的「母體」, 由之導出對應的損失分配。

不論是變異數共變數解析法還是蒙地卡羅模擬法, 損失分配以及對應風險值的推導都是建立在風險因子的分配假設上 (亦即須對風險因子建立模型), 在這個過程中樣本資料的使用也扮演一定的角色, 主要是估計風險因子分配中的參數, 也可用來進行風險值的回顧測試, 相對的, 「歷史模擬法」(Historical Simulation) 則不需風險因子的分配假設, 而是利用風險因子過去的樣本資料, 直接作為對風險因子未來可能值的預測, 也就是說, 給定資產報酬率的樣本觀察值 $y_{it}, t = 1, 2, \dots, N, i = 1, 2, \dots, m$, 蒙地卡羅模擬法中步驟 1 中資產報酬率的模擬值將改以其樣本觀察值替代:

$$y_{i,N+1}^{(s)} = y_{is}, \quad s = 1, 2, \dots, N; \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2.30)$$

模擬次數 S 因此定為 N , 亦即給定資產報酬率的樣本觀察值向量 $\mathbf{y}_t, t = 1, 2, \dots, N$, 資產報酬率的模擬值將以其樣本觀察值替代:

$$\mathbf{y}_{N+1}^{(s)} = \mathbf{y}_s, \quad s = 1, 2, \dots, N, \quad (2.31)$$

蒙地卡羅模擬法中步驟 2 的損失模擬值 (2.29) 因此自然就改為

$$L_{N+1}^{(s)} = -\mathbf{v}'_N \mathbf{y}_s. \quad s = 1, 2, \dots, N, \quad (2.32)$$

³例如, 若 S 等於 10 萬次, 則 $\text{VaR}_{0.99}$ 則是由小到大排序之 $L_{N+1}^{(s)}$ 模擬值的第 99,000 (= $0.99 \times 100,000$) 個數值, 亦即倒數第 1,000 個數值。

至於其他的計算程序則完全相同。

當資產報酬率每天的新樣本觀察值出現時，通常便會採用滾動樣本的方式重新執行一次歷史模擬法，亦即每納入一個新樣本觀察值的同時便剔除最舊的一個樣本觀察值，樣本數（亦即模擬次數，通常設定為 500）因而得以維持不變。歷史模擬法以及滾動樣本的使用，雖不需風險因子的分配假設，但仍須假設風險因子的樣本資料來自於穩定 (Stationary) 的分配。

歷史模擬法相較於蒙地卡羅模擬法除了不需要風險因子的分配假設與計算時間較短外，還可較充分的反應樣本資料中的跨期相關、厚尾、以及極端現象，但樣本資料的任何品質問題也會影響模擬結果，同樣的，任何樣本資料所未能涵蓋的事件自然也就不會反應在模擬結果中。

2.2.5 風險值的回顧測試

我們一旦導出單日風險值後，便可利用過去的單日資料進行所謂的「回顧測試」(Back Testing) 以檢驗風險值是否正確，主要是計算日損失超過風險值的「例外數」是否過高或過低。更明確的說，日損失超過信賴水準為 α 之風險值的例外機率是 $1 - \alpha$ ，例外數 m 佔測試資料筆數 N 應很接近 $1 - \alpha$ ，若例外數的比率遠高於 $1 - \alpha$ ，則風險值可能過低，但若例外數的比率遠低於 $1 - \alpha$ ，則風險值可能過高。

在本研究中我們將採用二項檢定進行回顧測試，這裡我們對二項檢定提供簡單的分析。

給定例外機率是 $1 - \alpha$ ，在 N 筆彼此獨立的測試資料中，例外數 k 將是一個有著以 N 與 $1 - \alpha$ 為參數之二項分配的隨機變量，給定任一正整數 m ，例外數 k 等於 m 的機率是

$$P(k = m | N, 1 - \alpha) = \frac{N!}{m!(N - m)!} (1 - \alpha)^m \alpha^{N - m}. \quad (2.33)$$

此外，例外數 k 大於等於 m 的機率與小於等於 m 的機率分別是

$$P(k \geq m | N, 1 - \alpha) = \sum_{k=m}^N \frac{N!}{k!(N - k)!} (1 - \alpha)^k \alpha^{N - k}, \quad (2.34)$$

與

$$P(k \leq m | N, 1 - \alpha) = \sum_{k=0}^m \frac{N!}{k!(N - k)!} (1 - \alpha)^k \alpha^{N - k}. \quad (2.35)$$

給定回顧測試的資料筆數是 $N = 100$ ，表 2.1 列舉了例外數 k 之不同可能值 m 的對應機率 $P(k = m)$ 與 $P(k \geq m)$ ，其中分別考慮三種不同的風險值信賴水準 α ：99%、95%、與 90%。

由表 2.1 中 $P(k = m)$ 的三欄可知，當風險值的信賴水準 α 是 99% 時，則 $P(k = 1)$ 最大，亦即在 100 筆的測試資料中，發生 1 筆例外（損失超過對應風險值的案例數）的可能性最大，發生 0 筆、2 筆、3 筆等例外的可能性都較小，因此，在 100 筆測試損失資料中我們最期待發現 1 筆超過對應風險值。同理，當風險值的信賴水準 α 是 95% 時，則 $P(k = 5)$ 最大，亦即在 100 筆損失資料中，我們最期待發現 5 筆超過對應風險值。當風險值的信賴水準 α 是 90% 時，我們最期待發現 10 筆超過對應風險值。

我們要進一步指出，當風險值的信賴水準 α 是 99% 時，雖然我們最期待發現 1 筆超過對應風險值，但其他例外數也不是沒有可能，現在的問題是：例外數到底要多少才會讓我們懷疑風險值的設定可能過低，這個問題的答案是超過 4 筆時，因為由表 2.1 中 $P(k \geq m)$ 欄得知， $P(k \geq 4) = 0.0184$ 而 $P(k \geq 5) = 0.0034$ ，亦即理論上來說例外數超過 4 筆的可能性要小於 1%（檢定的信賴水準是 $1 - 1\% = 99\%$ ），⁴ 近乎不可能，若實際例外數真的超

⁴這裡二項檢定的信賴水準 99% 雖也稱為信賴水準，但與風險值的信賴水準 α 是完全不一樣的概念。

表 2.1 參數為 N 與 $1 - \alpha$ 的二項分配 ($N = 100$)

m	$\alpha = 99\%$		$\alpha = 95\%$		$\alpha = 90\%$	
	$P(k = m)$	$P(k \geq m)$	$P(k = m)$	$P(k \geq m)$	$P(k = m)$	$P(k \geq m)$
0	0.3660	1.0000	0.0059	1.0000	0.0000	1.0000
1	0.3697	0.6340	0.0312	0.9941	0.0003	1.0000
2	0.1849	0.2642	0.0812	0.9629	0.0016	1.0000
3	0.0610	0.0794	0.1396	0.8817	0.0059	0.9981
4	0.0149	0.0184	0.1781	0.7422	0.0159	0.9922
5	0.0029	0.0034	0.1800	0.5640	0.0339	0.9763
6	0.0005	0.0005	0.1500	0.3840	0.0596	0.9424
7	0.0001	0.0001	0.1060	0.2340	0.0889	0.8828
8			0.0649	0.1280	0.1148	0.7939
9			0.0349	0.0631	0.1304	0.6791
10			0.0167	0.0282	0.1319	0.5487
11			0.0072	0.0115	0.1199	0.4168
12			0.0028	0.0043	0.0988	0.2970
13			0.0010	0.0015	0.0743	0.1982
14			0.0003	0.0005	0.0513	0.1239
15			0.0001	0.0001	0.0327	0.0726
16			0.0000	0.0000	0.0193	0.0399
17					0.0106	0.0206
18					0.0054	0.0100
19					0.0026	0.0046
20					0.0012	0.0020

空白的欄位乃數值過小 (小於 0.00005) 因而省略者。

過 4 筆, 我們將推斷風險值必然有誤 (過低)。亦即 4 筆例外數將是我們判斷風險值是否過低的門檻, 也就是所謂的「臨界例外數」。若我們將這裡的「二項檢定」的信賴水準降低為 $1 - 5\% = 95\%$, 則臨界例外數將降到 3 筆。

同理, 由表 2.1 之其他 $P(k \geq m)$ 欄得知, 當風險值的信賴水準是 95% (對應的 $1 - \alpha$ 值是 0.05) 且二項檢定的信賴水準是 $1 - 1\% = 99\%$ 時, 則臨界例外數是 11 筆, 若我們將這裡的「二項檢定」的信賴水準降低為 $1 - 5\% = 95\%$, 則臨界例外數是 9 筆。當風險值的信賴水準是 90% (對應的 $1 - \alpha$ 值是 0.10) 且二項檢定的信賴水準是 $1 - 1\% = 99\%$ 時, 則臨界例外數是 18 筆, 若將這裡的「二項檢定」的信賴水準降低為 $1 - 5\% = 95\%$, 則臨界例外數是 15 筆。我們將臨界例外數的這些結果列於表 2.2。

表 2.2 二項檢定的臨界例外數 ($N = 100$)

二項檢定的信賴水準	風險值的信賴水準		
	$\alpha = 99\%$	$\alpha = 95\%$	$\alpha = 90\%$
99%	4	11	18
95%	3	9	15

對 Basel II 臨界例外數設定的分析: 對銀行自建市場風險損失模型並求取對應之信賴水準為 99% 的風險值,

Basel II 要求根據 250 日的歷史損益資料進行前述二項檢定回顧測試，並視 5 筆為臨界例外數，當實際例外數超過 5 筆時，便會受到監理機關的懲處，此外還進一步將 10 筆設定為不可逾越的臨界例外數，當實際例外數超過 10 筆時，銀行自建的市場風險損失模型就將被判定為錯誤。這裡我們將分析不同臨界例外數設定所造成的可能誤差，並嘗試找出誤差最小的臨界例外數。

給定 k 是實際例外數，亦即 250 比實際損益中大於等於風險值（對應的信賴水準等於給定的 99%）的個數，我們將以信賴水準 α 是否等於給定之 99% 判斷內部模型是否正確：當信賴水準 α 等於給定之 99%，則內部模型就是正確的，反之，當信賴水準 α 不等於給定之 99%，則內部模型就是不正確的。所謂的「型一誤差」就是指不當拒絕正確模型的機率，亦即信賴水準 α 是等於給定之 99%，但實際例外數 k 卻大於等於給定臨界例外數 \bar{k} （因而將判定模型有誤）的機率：

$$\begin{aligned} \text{型一誤差} &= P(\text{拒絕正確模型} \mid \text{模型正確}) \\ &= P(\text{拒絕正確模型} \mid \alpha = 99\%) \\ &= P(k \geq \bar{k} \mid 250, 1 - \alpha = 1\%), \end{aligned}$$

可根據 (2.34) 式計算。至於「型二誤差」則是指不當接受錯誤模型的機率，亦即信賴水準 α 不等於給定之 99%，但實際例外數 k 卻小於給定臨界例外數（因而將判定模型無誤）的機率：

$$\begin{aligned} \text{型二誤差} &= P(\text{接受錯誤模型} \mid \text{模型錯誤}) \\ &= P(\text{接受錯誤模型} \mid \alpha \neq 99\%) \\ &= P(k < \bar{k} \mid 250, 1 - \alpha \neq 1\%), \end{aligned}$$

可根據 (2.35) 式計算。針對由 0 到 12 的各個臨界例外數，表 2.3 列舉了對應各臨界例外數的型一誤差、型二誤差、以及出現機率，這裡的出現機率即 (2.33) 式中的 $P(k = \bar{k} \mid 250, 1 - \alpha)$ 。

由表 2.3 可知，以 5 為臨界例外數（當例外數大於等於 5 時將判定模型有誤）有助於將型一誤差壓縮到接近個位數，以 10 為臨界例外數則幾乎沒有型一誤差的可能。相對的，只要實際信賴水準小於 98%，以 5 為臨界例外數（當例外數小於 5 時將判定模型無誤）有助於將型二誤差壓縮到接近個位數，相對的，除非實際信賴水準小於 95%，以 10 為臨界例外數則型二誤差還是可能很大。

表 2.3 回顧測試臨界例外數的比較 (各機率均以百分比表示)

臨界 例外數 \bar{k}	正確模型		錯誤模型								
	$\alpha = 99\%$		$\alpha = 98\%$		$\alpha = 97\%$		$\alpha = 96\%$		$\alpha = 95\%$		
	出現 機率	型一 誤差	出現 機率	型二 誤差	出現 機率	型二 誤差	出現 機率	型二 誤差	出現 機率	型二 誤差	
0	8.1	100.0	0.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	20.5	91.9	3.3	0.6	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	25.7	71.4	8.3	3.9	1.5	0.4	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0
3	21.5	45.7	14.0	12.2	3.8	1.9	0.7	0.2	0.1	0.0	0.0
4	13.4	24.2	17.7	26.2	7.2	5.7	1.8	0.9	0.3	0.1	0.1
5	6.7	10.8	17.7	43.9	10.9	12.8	3.6	2.7	0.9	0.5	0.5
6	2.7	4.1	14.8	61.6	13.8	23.7	6.2	6.3	1.8	1.3	1.3
7	1.0	1.4	10.5	76.4	14.9	37.5	9.0	12.5	3.4	3.1	3.1
8	0.3	0.4	6.5	86.9	14.0	52.4	11.3	21.5	5.4	6.5	6.5
9	0.1	0.1	3.6	93.4	11.6	66.3	12.7	32.8	7.6	11.9	11.9
10	0.0	0.0	1.8	97.0	8.6	77.9	12.8	45.5	9.6	19.5	19.5
11	0.0	0.0	0.8	98.7	5.8	86.6	11.6	58.3	11.1	29.1	29.1
12	0.0	0.0	0.3	99.5	3.6	92.4	9.6	69.9	11.6	40.2	40.2

出現機率是指實際例外數正好等於臨界例外數的機率: $P(k = \bar{k})$ 。

市場風險因子的實證模型

由於股價、匯率、與即期利率 (以及對應的折現率) 是驅動各自市場風險損失分配的風險因子, 在本節中我們所將逐一介紹的股價、匯率、與即期利率之實證模型的估計結果將成為模擬各自市場風險損失分配的基礎。

3.1 股價指數實證模型

給定在第 t 月的股價指數值 X_t , 可定義股價指數報酬率如下:

$$y_t := \frac{\Delta X_t}{X_{t-1}} = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} \approx \Delta \ln X_t = \ln X_t - \ln X_{t-1},$$

我們將假設 y_t 遵從 AR(1)-EGARCH(1,1) 常態分配模型:

$$y_t = a + b \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (3.1)$$

其中 ε_t 在給定 $t-1$ 時點的所有信息下是條件常態隨機變量 $\mathcal{N}(0, h_t)$, 而條件變異數 $\text{Var}_{t-1}(\varepsilon_t) = h_t$ 遵從 Nelson (1991) 所建議的 EGARCH(1,1) 模型:

$$\ln h_t = c + \alpha \cdot \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \gamma \cdot \left(\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \beta \cdot \ln h_{t-1}, \quad (3.2)$$

換言之, 股價指數報酬率在第 t 月的條件分配是

$$y_t \sim \mathcal{N}(a + b \cdot y_{t-1}, h_t). \quad (3.3)$$

EGARCH 模型的特色是容許股價指數報酬率的正向變動與負向變動對股價指數報酬率本身的走勢有非對稱的影響, 此非對稱的影響通稱為「槓桿效果」(Leverage Effect), 在模型 EGARCH 中是以 α 係數代表其效果的大小, 相對的, γ 係數所代表的則是對稱的影響, 若 α 的估計值是正的, 且顯著大於 γ 的估計值, 則就表示正的槓桿效果。

損失分配與風險值的求導

給定 EGARCH 模型參數的估計值, 我們便可根據下式分別預測樣本外下一個月 (給定樣本數為 N , 亦即第 $N+1$ 月) 的股價指數報酬率平均值 \hat{y}_{N+1} 與條件變異數 \hat{h}_{N+1} :¹

$$\hat{y}_{N+1} = \hat{a} + \hat{b} \cdot y_N$$

¹若假設股價指數報酬率的期望值與變異數不因時而變:

$$y_t \sim \mathcal{N}(a, \sigma^2),$$

則 a 與 σ^2 可分別以樣本平均數與樣本變異數 (是最大概似估計) 加以估計, 所得之值也就是參數不因時而變之設定下的 \hat{y}_{N+1} 與 \hat{h}_{N+1} ,

與

$$\ln \hat{h}_{N+1} = \hat{c} + \hat{\alpha} \cdot \frac{e_N}{\sqrt{\hat{h}_N}} + \hat{\gamma} \cdot \left(\frac{|e_N|}{\sqrt{\hat{h}_N}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \hat{\beta} \cdot \ln \hat{h}_N,$$

其中 $e_N = y_N - (\hat{a} + \hat{b} \cdot y_{N-1})$ 或 $e_N = y_N - \hat{a}$, 以及 $\hat{h}_N = e_N^2$ 。

給定 V_N 是以新臺幣表示之第 N 月的股權曝險, 則股權曝險在第 $N+1$ 月的 (條件) 損失分配便是

$$L_{N+1} = -V_N \cdot \hat{y}_{N+1} \sim \mathcal{N}\left(-V_N \cdot (a + b \cdot y_N), V_N^2 \cdot h_{N+1}\right), \quad (3.4)$$

我們便可根據 (2.19) 與 (2.28) 式求導信賴水準為 99% 之 10 日的風險值, 由於這裡常態分配的期望值 \hat{y}_{N+1} 不等於 0, 便須修改 10 日風險值的公式為

$$\text{VaR} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[V_N \cdot \hat{y}_{N+1} + \Phi^{-1}(0.99) \cdot V_N \cdot \sqrt{\hat{h}_{N+1}} \right], \quad (3.5)$$

這裡我們假設一個月有 20 個工作日, 以月資料所求得的風險值是 20 日的風險值, 若要將之轉換為 10 日的風險值就需除以 $\sqrt{2}$ 。

GARCH 模型: 除了假設股價指數報酬率 y_t 為 AR(1)-EGARCH(1,1) 常態分配模型外, 為便於將單變量模型擴充到多變量模型, 我們也考慮設股價指數報酬率 y_t 為 AR(1)-GARCH(1,1) 常態分配模型, 具體言之就是將之前的 (3.2) 式改換為

$$h_t = \omega + \alpha \cdot \varepsilon_{t-1} + \beta \cdot h_{t-1}. \quad (3.6)$$

參見 Engle (1982, 2011) 與 Bollerslev (1986, 1987)。給定此式參數的估計值, 我們亦可推導預測第 $N+1$ 月的股價指數報酬率平均值 \hat{y}_{N+1} 與條件變異數 \hat{h}_{N+1} , 然後再根據 (3.5) 式求導 10 日風險值。

三國股價指數報酬率實證模型

由於台灣各金融機構持有相當數量的美國與中國大陸股權, 為充分考慮三國股市之間的聯動性, 我們嘗試將台灣股價指數資料與美國及中國大陸的股價指數資料加以結合, 除了繼續假設各國股價指數報酬率 y_{it} 遵從 AR(1) 模型 (3.1) 式外:

$$y_{it} = a_i + b_i \cdot y_{i,t-1} + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (3.7)$$

還設立一個由單變量 GARCH 模型擴充而成的三變量 GARCH 模型:

$$\mathbf{h}_t = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^2, \quad (3.8)$$

其中 \mathbf{h}_t 是三個國家股價指數報酬率之條件變異數 $\text{Var}_{t-1}(\varepsilon_{it}) = h_{it}$ 所組成的三維向量, $\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^2$ 是 (3.7) 式之誤差項 $\varepsilon_{i,t-1}$ 之平方所組成的三維向量, 而 $\boldsymbol{\omega}$ 是三維參數向量, \mathbf{A} 與 \mathbf{B} 則都是 3×3 參數矩陣。對於三國股價指數報酬率的條件變異數共變數矩陣:

$$\text{Var}_{t-1}(\boldsymbol{\varepsilon}_t) := \boldsymbol{\Sigma}_t,$$

對此條件變異數共變數矩陣我們將採用 Bollerslev (1990) 所建議的「固定相關係數設定」(Constant Correlation Coefficients, CCC):

$$\boldsymbol{\Sigma}_t = \text{Diag}(\mathbf{h}_t)^{1/2} \cdot \mathbf{R} \cdot \text{Diag}(\mathbf{h}_t)^{1/2} = \begin{bmatrix} h_{1t} & \rho_{12} \sqrt{h_{1t} \cdot h_{2t}} & \rho_{13} \sqrt{h_{1t} \cdot h_{3t}} \\ \rho_{21} \sqrt{h_{2t} \cdot h_{1t}} & h_{2t} & \rho_{23} \sqrt{h_{2t} \cdot h_{3t}} \\ \rho_{31} \sqrt{h_{3t} \cdot h_{1t}} & \rho_{32} \sqrt{h_{3t} \cdot h_{2t}} & h_{3t} \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

其中 \mathbf{R} 是三國股價指數報酬率不隨時間改變之相關係數所組成的 3×3 正定義對稱矩陣 (對角元素均為 1), 而 $\text{Diag}(\mathbf{a})$ 則是以 \mathbf{a} 向量所屬元素為對角元素的對角矩陣, $\text{Diag}(\mathbf{a})^{1/2}$ 是以 \mathbf{a} 向量所屬元素的平方根為對角元素的對角矩陣。

我們可採用「類最大似估計法」(Quasi MLE) 進行係數估計, 獲得係數估計值後, 便可根據下式分別預測樣本外第一個月的股價指數報酬率平均值 $\hat{y}_{i,N+1}$ 與條件變異數 $\hat{\sigma}_{i,N+1}^2$:

$$\hat{y}_{i,N+1} = \hat{a}_i + \hat{b}_i \cdot y_{i,N}, \quad i = \text{台幣、美金、人民幣股權},$$

與

$$\hat{\mathbf{h}}_{N+1} = \hat{\boldsymbol{\omega}} + \hat{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{h}_N + \hat{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{e}_N^2,$$

其中 \mathbf{e}_N^2 是 $e_{i,N} = y_{i,N} - (\hat{a}_i + \hat{b}_i \cdot y_{i,N-1})$ 之平方所組成的三維向量, 最後便可再次參照 (3.5) 式求導台幣、美金、與人民幣股權曝險的風險值。我們要指出, 求導風險值的 (3.5) 式只引用了各國的條件變異數 $h_{i,N+1}$, 並未引用三國股市條件共變數 $\rho_{ij} \sqrt{h_{it} \cdot h_{jt}}$, 因此, 風險值的計算只間接考慮三國股市波動幅度的聯動性。

3.2 匯率實證模型

給定在第 t 月以新臺幣表示之第 i 種匯率 X_{it} 的變動率是

$$y_{it} := \frac{\Delta X_{it}}{X_{i,t-1}} = \frac{X_{it} - X_{i,t-1}}{X_{i,t-1}} \approx \Delta \ln X_{it} = \ln X_{it} - \ln X_{i,t-1}, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

我們將假設包含所有 m 種匯率變動值的向量 $\mathbf{y}_t = [y_{1t} \ y_{2t} \ \dots \ y_{mt}]$ 是如下 m 維固定參數常態隨機向量:

$$\mathbf{y}_t \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}),$$

亦即 m 種匯率 X_{it} 是可以變異數共變數矩陣 $\boldsymbol{\Sigma}$ 表示彼此相關性的隨機漫步 (Random Walk)。

給定 V_{iN} 是以新臺幣表示之第 i 種外匯第 N 月的曝險, $\mathbf{v}_N = [V_{1N} \ V_{2N} \ \dots \ V_{mN}]$ 是包含所有 m 種外匯曝險的向量, 則所有外匯曝險在第 $N+1$ 月的損失分配便是

$$L_{N+1} = -\mathbf{v}'_N \mathbf{y}_{N+1} \sim \mathcal{N}\left(-\mathbf{v}'_N \boldsymbol{\mu}, \mathbf{v}'_N \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{v}_N\right), \quad (3.10)$$

我們便可根據 (2.19) 與 (2.28) 式求導所有外匯曝險之信賴水準為 99% 之 10 日的風險值

$$\text{Var} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[-\mathbf{v}'_N \boldsymbol{\mu} + \Phi^{-1}(0.99) \cdot \sqrt{\mathbf{v}'_N \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{v}_N} \right]. \quad (3.11)$$

外匯曝險與股權曝險的模型差異

這裡求導外匯曝險風險值的步驟與之前求導股權曝險風險值的模式有兩點差異:

- 外匯曝險的實證模型較為簡單, 我們事實上可將外匯曝險的計量實證模型視為是之前三國股價指數報酬率之多變量 GARCH 模型的簡單特例, 更明確的說, 若採用之前多變量 GARCH 模型 (3.8) 式的符號, 這裡外匯曝險的條件變異數可寫成

$$\mathbf{h}_t = \boldsymbol{\omega}, \quad (3.12)$$

也可將對應條件變異數共變數矩陣進行類似 (3.9) 式的分解如下：

$$\boldsymbol{\Sigma}_t = \text{Diag}(\boldsymbol{\omega})^{1/2} \cdot \mathbf{R} \cdot \text{Diag}(\boldsymbol{\omega})^{1/2} = \boldsymbol{\Sigma}, \quad (3.13)$$

其中 \mathbf{R} 是 m 種匯率變動率不隨時間改變之相關係數所組成的 $m \times m$ 正定義對稱矩陣，而因時而變的條件變異數共變數矩陣 $\boldsymbol{\Sigma}_t$ 也就等於作為固定參數的無條件變異數共變數矩陣 $\boldsymbol{\Sigma}$ 。相較於股權曝險實證模型的 AR(1) 及多變量 GARCH 模型的參數，這裡外匯曝險實證模型是 (3.1) 式之 AR(1) 係數 b 以及 (3.8) 式之 GARCH 係數 \mathbf{A} 與 \mathbf{B} 矩陣都設為 0 的特例。

這裡所特別寫出的外匯曝險條件變異數 \mathbf{h}_t 除了可與股權曝險實證模型進行比較外，也是之後第 3.4 小節設定加壓風險值實證模型的基礎。

- 外匯曝險的風險值是將所有幣別的外匯加總起來所求導之外匯全體的風險值，而不是像股權曝險一樣的對個別幣別的股權曝險分別求導風險值，各幣別之間相關性對外匯曝險風險值的影響要大於對股權曝險風險值的影響，之所以對外匯曝險採用這種做法是因為我們認為各幣別之外匯間的相關性遠比各幣別之股權間的相關性重要。

3.3 利率實證模型

各種不同期限的即期利率是利率曝險的主要風險因子，由於不同期限的即期利率之間具有所謂的「利率期限結構」理論關係，我們不應再採用之前處理不同幣別股權曝險與外匯曝險的方式處理即期利率，亦即我們不應將不同期限的即期利率分別設為隨機變量後再採行建立在統計變異數與共變數上的多變量實證模型，而應嘗試將不同期限的即期利率組裝為一個函數（亦即利率期限結構曲線），先以橫斷面的不同期限即期利率資料估計利率期限結構函數的基本參數，得到跨越多個時點的參數估計值後再使用時間序列統計方法估計這些參數估計值的跨時動態關係，以作為預測未來利率期限結構以及所屬即期利率的基礎，接下來我們將詳細說明利率實證模型的這種設定模式。

我們假設期限 T 不同的即期利率 $R_t(T)$ 遵守 Nelson and Siegel 利率期限結構模型如下：

$$R_t(T) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \cdot T}}{\lambda_t \cdot T} \right) + \beta_{3t} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \cdot T}}{\lambda_t \cdot T} - e^{-\lambda_t \cdot T} \right) + \varepsilon_t(T), \quad (3.14)$$

其中 β_{1t} , β_{2t} , β_{3t} , 以及 λ_t 均為因時而變且未知的參數，此式中的第一項代表即期利率的長期水準值 (Level)，第二項代表即期利率的斜率 (Slope)，其所呈現的是短期利率的行為，第三項代表即期利率的曲度 (Curvature)，其所呈現的是中期利率的行為，而 β_{1t} , β_{2t} , β_{3t} 參數分別代表長、短、中期曲線的權重，至於 λ_t 係數的作用則在於控制斜率與曲度所涵蓋之期間範圍的大小，亦即短期與中期之期間範圍的大小， λ_t 值越大，短期與中期之期間就越短。Nelson-Seigel 利率期限結構模型的相關文獻包括 Nelson and Siegel (1987), Christensen, Diebold, and Rudebusch (2009), BIS (2005), 以及 Svensson (1994, 1996)。

每月月底資料的橫斷面估計

假設我們在某一特定 t 時點（亦即特定某月的月底）可收集 M 個不同期限的即期利率觀察值 $R_t(T_1), R_t(T_2), \dots, R_t(T_M)$,² 再假設 (3.14) 式中對應這些即期利率觀察值的誤差項 $\varepsilon_t(T_1), \varepsilon_t(T_2), \dots, \varepsilon_t(T_M)$ ，是 M 個互相獨立且具

²以台灣資料為例，我們可由證券櫃檯買賣中心找到每天台灣公債各期限的利率資料，到期日 T 分別是 1 個月、3 個月、6 個月、1 年、1.5 年、2.5 年、3.5 年、4.5 年、6 年、8.5 年、12.5 年、17.5 年、20 年等多達 $M = 62$ 個期限的年利率。

相同期望值 0 及變異數 σ_t^2 的隨機變量, 則便可採用非線性最小平方方法以 $R_t(T_1), R_t(T_2), \dots, R_t(T_M)$ 為資料估計 $\beta_{1t}, \beta_{2t}, \beta_{3t}$, 以及 λ_t 參數, 我們要強調 t 下標在這裡是固定值, 事實上可以忽略之, t 下標要在之後跨時點分析才有作用。

兩步加權最小平方方法估計: 仔細觀察 Nelson and Siegel 期限結構模型 (3.14) 式可知, 若其中的 λ_t 參數已知, 則該模型便成為包含三個線性參數 β_{1t} 、 β_{2t} 、與 β_{3t} 的線性式, 也就可以採用簡單的線性最小平方方法進行估計, 在本研究中我們將根據這個模型特性, 採用如下兩步估計: 我們將假設 λ_t 參數為 0 與 1 之間間隔 0.001 的每一個數值, 亦即 0.000, 0.001, 0.002, \dots , 1.000, 然後在給定 λ_t 參數值下使用線性最小平方方法估計 β_{1t} 、 β_{2t} 、與 β_{3t} 參數, 並記錄對應的殘差平方和, 如此可得到 1001 組殘差平方和, 再從中找出殘差平方和最小的 λ_t 參數值以及對應的 β_{1t} 、 β_{2t} 、與 β_{3t} 參數估計值, 這將就是我們對 λ_t 以及 β_{1t} 、 β_{2t} 、與 β_{3t} 參數的估計值。

由於 Nelson and Siegel 期限結構模型參數 λ_t 、 β_{1t} 、 β_{2t} 、與 β_{3t} 各月份的橫斷面估計值是下一步跨月時間序列模型估計的「樣本」, 而跨月時間序列模型估計結果又是之後計算損失分配風險值的根據, 對最後所求得的風險值有很大的影響, 若 λ_t 、 β_{1t} 、 β_{2t} 、與 β_{3t} 參數估計值因估計誤差過大導致跨月的變異過大, 便會得到難以合理化的過大風險值, 我們因而必須審慎評估由各時點之橫斷面即期利率資料所獲得之每一組參數估計值的合理性與穩定性。

長期利率樣本的一些現象: 由於每個月對四個 Nelson and Siegel 期限結構模型參數 λ_t 、 β_{1t} 、 β_{2t} 、與 β_{3t} 進行橫斷面估計所能運用之不同期限即期利率的樣本數大多不超過 15 個, 樣本數略顯不足, 此外, 短期限的即期利率樣本數較多, 較沒有樣本代表性的問題, 期限在 15 年以上的長期即期利率則不僅樣本數較少, 且品質極不穩定,³ 導致長期利率樣本變異遠大於短期利率的樣本變異, 這很影響 λ_t 、 β_{1t} 、 β_{2t} 、與 β_{3t} 的參數估計值, 特別是 λ_t 參數偶會得到極接近 0 的估計值 (對應的 β_{1t} 、 β_{2t} 、與 β_{3t} 參數估計值就會百倍於正常值), 對應的 Nelson and Siegel 期限結構模型下即期利率就不再隨期限的增加以合理的速度遞增, 進而使風險值的計算結果也百倍於正常水準。

與長期利率有關的另一個樣本問題是, 台灣各銀行所持有的長期限利率曝險數量相當有限, 參見圖 3.1 所呈現之台灣全體本國銀行所持有之不同期限的利率曝險金額, 若擬分析銀行的利率風險, 對於極少持有甚或未持有的長期限利率曝險, 實應降低長期利率變動對風險值的影響。

基於這兩個原因, 我們在兩步最小平方方法估計過程中, 以圖 3.1 所示的各期限利率曝險額為權數,⁴ 採用加權最小平方方法估計 β_{1t} 、 β_{2t} 、與 β_{3t} 參數以提高估計效率, 寄望參數估計值的穩定性也得以提升, 其基本概念是加重利率曝險額大之短期利率資料變動對估計結果的貢獻, 降低利率曝險額小 (因而較不重要) 之長期利率資料變動的比重。我們發現採行這種估計方法有助於改善 Nelson and Siegel 期限結構模型的估計結果, 極接近 0 的 λ_t 參數估計值幾乎不再出現,⁵ 不論哪一種幣別, 其跨月份的 β_{1t} 、 β_{2t} 、 β_{3t} 、與 λ_t 參數估計值大致均能遵循較平滑的軌跡走勢, 相當有助於改善之後對這些參數估計值進行時間序列模型估計的穩定性。

³由於市場中長期限的利率曝險交易不熱絡, 原始即期利率資料缺漏時常自動以前期觀察值插補或是以外國利率資料填補, 造成長期即期利率不再隨期限的增加而增加, 異於短期利率的期限結構。

⁴更明確的說, 權數是各期限利率曝險額長短部位之絕對值的加總, 而非各期限利率曝險額長短部位互抵後的金額。

⁵在對其它幣別之利率資料進行 Nelson and Siegel 期限結構模型的估計時, 縱使採用加權最小平方方法, 在眾多月份的估計結果中仍有極少數一、兩個 λ_t 參數估計值發生問題, 對於 λ_t 參數估計發生問題的月份, 我們採用移動平均平滑化法, 利用相鄰月份的 λ_t 參數估計修正 λ_t 參數估計值, 適當的提升極接近 0 的 λ_t 參數估計值使之不會與相鄰月份參數估計值過於不同。

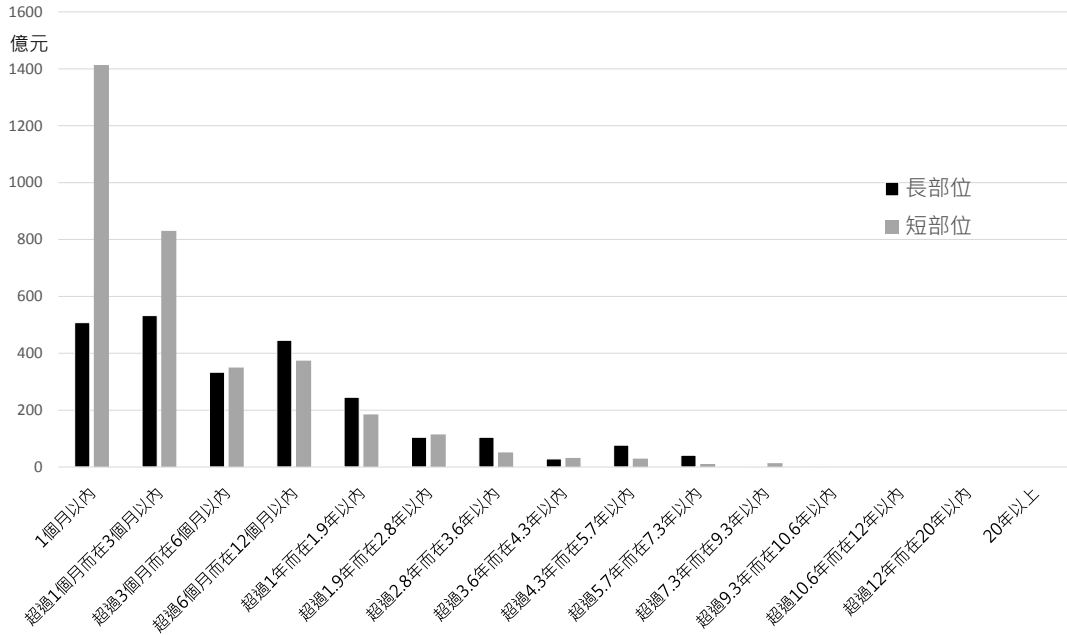


圖 3.1 台灣全體本國銀行所持有之不同期限的利率曝險

跨月的時間序列估計及樣本外的預測

我們可對每月月底單日的 M 筆橫斷面即期利率資料進行兩步加權最小平方估計，將所獲得的 Nelson and Siegel 模型參數估計值 $\hat{\beta}_{1t}, \hat{\beta}_{2t}, \hat{\beta}_{3t}$ ，與 $\hat{\lambda}_t$ 置於 4 維參數估計值向量 $\hat{\theta}'_t = [\hat{\beta}_{1t} \hat{\beta}_{2t} \hat{\beta}_{3t} \hat{\lambda}_t]$ 中，就可由總共 N 個月的月底單日利率資料導出 N 個參數估計值向量 $\hat{\theta}'_t, t = 1, 2, \dots, N$ ，接下來我們將這些參數估計值向量視為時間序列資料，並對之設定 4 變量時間序列 VAR(1) 模型的估計：

$$\hat{\theta}'_t = \pi' + \hat{\theta}'_{t-1} \Pi + \mathbf{u}_t, \quad t = 1, 2, \dots, N, \quad (3.15)$$

針對前一階段估計所獲得之估計值進行第二階段迴歸模型估計所可能產生的問題，可參見 Pagan (1984)，這裡我們忽略 VAR(1) 模型因此所可能產生的估計誤差。

在 $\mathbf{u}_t \sim (\mathbf{0}, \Sigma)$ 的假設下，我們再次採用最小平方估計法求取 VAR(1) 模型參數的估計值 $\hat{\pi}'$ 、 $\hat{\Pi}$ 與 $\hat{\Sigma}$ ，並隨之計算參數估計值向量 $\hat{\theta}'_t$ 之樣本內最後一個月之樣本內預測值：

$$\tilde{\theta}'_N = \hat{\pi}' + \hat{\theta}'_{N-1} \hat{\Pi}, \quad (3.16)$$

以及樣本外第一個月的樣本外預測值：

$$\tilde{\theta}'_{N+1} = \hat{\pi}' + \tilde{\theta}'_N \hat{\Pi}, \quad (3.17)$$

若將前式所獲之 $\tilde{\theta}'_{N+1}$ 中的 $\tilde{\beta}_{1,N+1}, \tilde{\beta}_{2,N+1}, \tilde{\beta}_{3,N+1}$ ，以及 $\tilde{\lambda}_{N+1}$ 代回 Nelson-Siegel 模型 (3.14) 式，並以 0 替代該式中的誤差項 $\varepsilon_{N+1}(T)$ ，便可據之求算期限為任何 T 之即期利率之樣本外第一個月的預測值 $\tilde{R}_{N+1}(T)$ 。我們要指出，對於樣本內最後一月之期限為 T_1, T_2, \dots, T_M 的即期利率我們有樣本觀察值，但對於期限 T 不是 T_1, T_2, \dots, T_M 的即期利率則無樣本觀察值，因而便需使用 (3.16) 式計算對應的預測值 $\tilde{R}_N(T)$ 。

關於前述包含 VAR 模型之利率期限結構模型的主要文獻是 Diebold and Rudebusch (2013), 相關文獻尚有 Diebold and Li (2006), Diebold, Li, and Yue (2008), Koivu, Nyholm, and Stromberg (2007), Koopman, Mallee, and Van der Wel (2010), Mönch (2008)。

給定即期利率的預測值 $\tilde{R}_{N+1}(T)$ 與 $\hat{R}_N(T)$, 便可計算利率變動率

$$\Delta\tilde{R}_{N+1}(T) := \tilde{R}_{N+1}(T) - \hat{R}_N(T),$$

給定期限為 T 之利率曝險 $v_N(T)$ 的樣本所涵蓋的 K 個期限為 T'_1, T'_2, \dots, T'_K , 我們可根據 (2.24) 式計算各期限利率曝險 (採定期複利) 的價格變動率:

$$y_{i,N+1} = \frac{\Delta B_{N+1}(T'_i)}{B_N(T'_i)} := -\frac{T \cdot \Delta\tilde{R}_{N+1}(T'_i)}{1 + T \cdot \tilde{R}_N(T'_i)}, \quad (3.18)$$

將利率曝險樣本 $v_N(T'_1), v_N(T'_2), \dots, v_N(T'_K)$ 以及前式所計算之對應利率曝險的價格變動率 $y_{1,N+1}, y_{2,N+1}, \dots, y_{K,N+1}$ 分別置於 K 維向量 \mathbf{v}_N 與 \mathbf{y}_{N+1} 中, 便可計算利率曝險的可能損失:

$$L_{N+1} = -\mathbf{v}'_N \mathbf{y}_{N+1} = -\sum_{i=1}^K v_N(T'_i) \cdot y_{i,N+1}. \quad (3.19)$$

前述利率實證模型設定所包含的隨機項有二, 分別是 Nelson and Siegel 期限結構模型 (3.14) 式的誤差項與 VAR(1) 模型 (3.15) 式的誤差項, 縱使我們假設這兩組誤差項都是常態分配隨機項, 由於 Nelson and Siegel 期限結構模型是其參數 (主要是 λ_t 參數) 的非線性函數, 利率曝險變動率 (3.18) 式更是這些誤差項之高度非線性函數, 我們因而無法確認利率曝險變動率 $y_{i,N+1}$ 及損利率曝險的可能損失 L_{N+1} 作為 $y_{i,N+1}$ 的線性組合是不是常態分配, 類似求導匯率風險值之利用常態分配公式直接求導風險值的 (2.27) 式就不再可行, 必須採用蒙地卡羅模擬求導損失分配以及對應的風險值。

蒙地卡羅模擬的執行步驟:

1. 對 VAR(1) 模型 (3.15) 式的變異數共變數矩陣估價值 $\hat{\Sigma}$ 進行 Cholesky 分解 \mathbf{A} , 將之前乘電腦產生的 4 維標準常態分配的隨機模擬值向量, 便可得到 VAR(1) 模型 (3.15) 式之誤差項的常態分配模擬值 $\mathbf{u}^{(s)}$, 再將之加入 (3.17) 式:

$$\boldsymbol{\theta}_{N+1}^{(s)'} = \hat{\boldsymbol{\pi}}' + \hat{\boldsymbol{\theta}}'_N \hat{\boldsymbol{\Pi}} + \mathbf{u}^{(s)},$$

便可得到樣本外第一個月的參數模擬值 $\boldsymbol{\theta}_{N+1}^{(s)'} = [\beta_{1,N+1}^{(s)} \beta_{2,N+1}^{(s)} \beta_{3,N+1}^{(s)} \lambda_{N+1}^{(s)}]$, 其中上標 (s) 代表第 s 回模擬值, 前式等號右邊 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_N$ 向量所包含的是樣本內最後一個月的 Nelson and Siegel 模型參數估計值 $\hat{\beta}_{1N}, \hat{\beta}_{2N}, \hat{\beta}_{3N}$, 與 $\hat{\lambda}_N$ 。

2. 將 Nelson and Siegel 期限結構模型參數模擬值 $\boldsymbol{\theta}_{N+1}^{(s)'} = [\beta_{1,N+1}^{(s)} \beta_{2,N+1}^{(s)} \beta_{3,N+1}^{(s)} \lambda_{N+1}^{(s)}]$ 代入 (3.14) 式:

$$R_{N+1}^{(s)}(T) = \beta_{1,N+1}^{(s)} + \beta_{2,N+1}^{(s)} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{N+1}^{(s)} \cdot T}}{\lambda_{N+1}^{(s)} \cdot T} \right) + \beta_{3,N+1}^{(s)} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\lambda_{N+1}^{(s)} \cdot T}}{\lambda_t \cdot T} - e^{-\lambda_{N+1}^{(s)} \cdot T} \right),$$

便可得到樣本外第一個月之任意期限 T 的即期利率模擬值 $R_{N+1}^{(s)}(T)$ 。此外, 我們尚需樣本內最後一個月的任意期限 T 的即期利率 $R_N(T)$, 若期限 T 屬於期限樣本, 則 $R_N(T)$ 便是直接觀察到的樣本值, 但若期限 T 不屬於期限樣本, 我們便將採用如下方式估計之

$$R_N(T) = \hat{\beta}_{1N} + \hat{\beta}_{2N} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\hat{\lambda}_N \cdot T}}{\hat{\lambda}_N \cdot T} \right) + \hat{\beta}_{3N} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\hat{\lambda}_N \cdot T}}{\hat{\lambda}_t \cdot T} - e^{-\hat{\lambda}_N \cdot T} \right),$$

3. 根據前一步所得到的樣本外第一個月以及以及樣本內最後一個月之任意期限 T 的即期利率模擬值 $R_{N+1}^{(s)}(T)$ 與 $R_N(T)$ ，我們便可計算樣本外第一個月之利率變動率的模擬值：

$$\Delta R_{N+1}^{(s)}(T) = R_{N+1}^{(s)}(T) - R_N(T),$$

再根據 (3.18) 與 (3.19) 式分別求導各期限利率曝險的價格變動率的模擬值

$$y_{i,N+1}^{(s)} = -\frac{T \cdot \Delta R_{N+1}^{(s)}(T'_i)}{1 + T \cdot R_N(T'_i)},$$

與可能損失的模擬值

$$L_{N+1}^{(s)} = -\sum_{i=1}^K v_N(T'_i) \cdot y_{i,N+1}^{(s)}.$$

重複前述步驟 10 萬次便可得到用來逼近利率曝險的損失分配之可能損失 $L_{N+1}^{(s)}$ 的直方圖，並可導出任何信賴水準的風險值，例如：若將 10 萬個可能損失的模擬值 $L_{N+1}^{(s)}$ 由小到大排列，則倒數第 1000 個模擬值便是信賴水準為 99% 的風險值。

3.4 加壓風險值

國際清算銀行的 BCBS 在正式推出 Basel III 之前的 2009 年先行提出市場風險監理架構的修正 (Basel Committee on Banking Supervision, 2009, 2011, 2016)，汲取 2007 年金融危機的經驗 (許多大型金融機構根據自行提出的市場風險內部模型所計提的資本普遍偏低)，此修正架構要求採行 Basel II 內部模型法計算風險值之金融機構須加計加壓風險值 (壓力情境下的風險值)，正如壓力測試可用來檢驗壓力情境對銀行或金融體系的影響，測試銀行或金融體系在風險管理上的可能缺失，也有助於銀行研擬因應補救對策或是緊急處置機制，加壓風險值的導入則有助於擴增計提資本以覆蓋銀行或金融體系因其風險管理上之可能缺失所造成的損失。我們要指出，所謂的壓力情境是指一些極端 (能對部份或所有曝險產生重大影響) 但仍有可能的風險事件，通常須針對銀行或金融體系特定的資產結構量身定做，縱使不能確定壓力情境發生的可能性是否已大到足以受到重視，還是有必要針對加壓風險值計提資本以補足壓力情境所可能造成的重大損失。

經濟衰退與金融危機是最典型的壓力情境，我們亦可專注在較為局部的壓力情境，例如失業率大幅上升、通貨膨脹、通貨緊縮、利率全面上升、長短期利率非平行的大幅變動、房價大跌、匯率升值、權益價格大跌、油價飆漲、違約率大幅上升、企業破產率大幅上升、流動性枯竭、新興市場危機等。反之，壓力情境也可擴展到非財金面的自然災害、恐怖攻擊事件、政治危機、以及戰爭等，在本研究中我們所設定的壓力情境則屬針對總體財經情勢的假設情境 (或稱前瞻型情境)，關於歐盟央行對設定加壓風險值的其他規範可參見 European Banking Authority (2011)。

市場風險加壓風險值實證模型的建置

本研究推導加壓風險值的步驟與之前推導風險值的步驟相當類似，之前風險值的推導是建立在第 3.1 小節、第 3.2 小節、與第 3.3 小節所介紹的三個市場風險實證模型上，其中股權與外匯曝險採用變異數共變數法求導風險值，利率曝險則是採用蒙地卡羅模擬法，這裡加壓風險值的求導除了擴充三個市場風險實證模型為加壓風險值實證模型外，求導對應風險值的方法完全一樣，而加壓風險值實證模型事實上就是導入總體財經變量的資產價格 (股價指數、匯率、與利率等) 實證模型。

在加壓風險值實證模型的基礎上，我們將針對總體財經變量設計壓力情境，具體言之就是設定總體財經變量的壓力值，然後將之納入加壓風險值實證模型，並依照前述推導損失分配的模式求導壓力情境下的損失分配，亦即所謂的「壓力損失分配」，隨之計算對應的壓力平均損失與加壓風險值。

建置加壓風險值實證模型必須解決兩個重要設定問題：

1. 如何將總體財經變量導入給定的資產價格實證模型，更具體言之，便是應經由哪些資產價格實證模型的參數引入財經變量，以形成合理的加壓風險值實證模型。
2. 各個加壓風險值實證模型由應該納入哪些財經變量。

我們先說明本研究所採用的加壓風險值實證模型是如何由第 3.1 小節、第 3.2 小節、與第 3.3 小節所介紹的三個市場風險實證模型擴張而成。

股價加壓風險值模型

由於台灣全體本國銀行所持台幣股權曝險佔所有股權曝險 85% 以上，再加上美元與人民幣的股權曝險，更是超過 96%，我們因而對這三種股權曝險的三變量 GARCH 模型 (3.7) 與 (3.8) 式建立如下的擴充模型：

$$\mathbf{h}_t = \boldsymbol{\omega}_0 + \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{x}_t + \mathbf{A} \cdot \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}^2, \quad (3.20)$$

亦即對 (3.8) 式中常數項向量 $\boldsymbol{\omega}$ 導入總體財經變量向量 \mathbf{x}_t ， $\boldsymbol{\Omega}$ 是對應係數矩陣， $\boldsymbol{\omega}_0$ 則是新的常數項向量。此即本研究的股價加壓風險值模型。我們要指出，由於風險值的計算最受損失分配尾端行為的影響，而資產價格的波動程度又是最影響損失分配尾端行為的因素，所以我們將總體財經變量直接（線性）導入股價指數與匯率之 GARCH 設定的常數項。

匯率加壓風險值模型

匯率加壓風險值模型的設定與之前的股價加壓風險值模型完全相同（因而是 (3.12) 式的擴充），唯一不同的是 GARCH 模型的變量數目由 3 個增加為台灣銀行所持外匯之主要幣別數目，也就是 8 個。

利率加壓風險值模型

由之前第 3.3 節的利率實證模型所擴充而成之利率加壓風險值模型是建立在 VAR(1) 模型 (3.15) 式上，亦即將該式的常數項向量 $\boldsymbol{\pi}$ 設為總體財經變量向量 \mathbf{x}_t 的線行式如下：

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}'_t = \boldsymbol{\pi}'_0 + \mathbf{x}'_t \boldsymbol{\Pi}_x + \hat{\boldsymbol{\theta}}'_{t-1} \boldsymbol{\Pi} + \mathbf{u}_t, \quad t = 1, 2, \dots, N, \quad (3.21)$$

包含總體財經變量值利率期限結構模型的文獻包括 Ang and Piazzesi (2003), Bibkov and Chernov (2010), Carriero, Favero, and Kaminska (2006), De Pooter, Ravazzolo, and van Dijk (2010), Dewachter, and Lyrio (2006), Litterman and Scheinkman (1991), Rudebusch and Wu (2008)。

總體財經變量的篩選

本研究分別針對附錄表 A.1、A.2、與 A.3 所列總體財經變量的名單中，逐一測試各變量對之前所提股權、匯率、與利率實證模型之概似函數值的影響，挑選其中最能增加概似函數值的變量，⁶ 將之加入模型後再進行另一輪的測試與擴增，直到概似函數值的增量不再具統計顯著性。

各實證模型所導入的總體財經變量分別是：

- 股權加壓風險值模型
 - 台幣股權 GARCH 方程中的「道瓊股價指數」
 - 人民幣股權 GARCH 方程中的「外資賣出金額」
- 匯率加壓風險值模型
 - 美元 GARCH 方程中的「台灣淨出口餘額」
 - 日元 GARCH 方程中的「台灣短期外債」
 - 人民幣 GARCH 方程中的「中國大陸經常帳餘額」
- 利率加壓風險值模型 (VAR 方程式)
 - 台灣央行資產
 - 台灣央行負債
 - 美國 5 年期公債利率

由附錄表 A.1、A.2、與 A.3 可知，許多總體財經變量是季資料，由於本研究的實證估計均採月資料，因而須以變量特性採用不同的內插法將季資料轉換為月資料。

壓力情境的設定與加壓風險值的計算

給定這些加壓風險值模型的估計結果，我們便可採用之前計算風險值的步驟計算加壓風險值，計算步驟中只有一個差異：總體財經變量須以壓力情境下的變量值替代。本研究所採用的總體財經變量壓力情境變量值相對簡單，就是各個總體財經變量的最大或是最小樣本值，端視何者能產生較大的可能損失。

3.5 資料與風險值計算結果

本研究所使用的資料期限是 2009 年 1 月到 2015 年 3 月，我們雖有股價指數、匯率、以及即期利率的日資料，但因加壓風險值模型包含總體財經變量，而大多數總體財經變量均只有月、季、半年、或年資料，為配合加壓風險值模型的估計只能採用月以上的資料，所以本研究所有的實證估計皆採月資料，因而樣本期間包含總共 75 筆的時間序列資料。

⁶之前所述對實證模型參數所採用的最小平方估計法事實上也都是最大概似估計法，這是因為各實證模型均建立在常態分配的分配假設上。

台灣全體本國銀行所持市場曝險除了台幣資產外，還跨越多種幣別，其中以美元、人民幣、日幣、英鎊、歐元、韓元、港幣、與澳幣等 8 種外幣最重要，表 3.1、3.2、與 3.3 的第 2 欄分別呈現台灣全體本國銀行 2015 年 3 月底所持各幣別之股權、外匯、與利率曝險的金額，由之可知，加總長短部位後台灣全體本國銀行所持利率曝險 (6.8 兆元) 遠大於股權 (778.7 億元) 及外匯曝險 (1087 億元)，而股權、外匯、與利率曝險中外幣部分所佔份額分別為 14%、39%、與 55%，可見銀行所持曝險中外幣的比率相當高。

我們將使用 8 個經濟體股價指數、匯率、以及各期限利率的資料，逐一進行前一小節所述模型的估計，以獲得執行各幣別曝險風險值計算所需的實證模型參數估計值。

本研究除了對台灣全體本國銀行的三類市場曝險 (股權、外匯、與利率曝險) 進行總風險值的計算外，還對 39 家銀行分別求導每一家銀行的三類市場風險值，加總個別銀行的單類風險值一般而言不見得會等於全體本國銀行的該類總風險值，特別是分期限的利率曝險，這是因為各類曝險均有長短部位，對個別銀行之各期限利率曝險求導長短部位互抵後的風險值結果，其加總值並不會等於全體本國銀行各期限之長短部位的互抵結果。為節省本報告的篇幅，個別銀行的風險值估計結果均略去。

風險值計算結果

表 3.1、3.2、與 3.3 的分別呈現台灣全體本國銀行所持有之各幣別股權、外匯與利率曝險的風險值比率以及加壓風險值比率 (風險值佔曝險值的比率)。這裡簡單彙整風險值計算結果的主要結論：

- 整體而言，2015 年台灣全體本國銀行的市場風險都處於相當低的水準。金額最大之利率曝險的風險值比率的平均水準 0.319% 遠低於股權曝險 (5.339%) 與外匯曝險 (1.970%)，縱使在壓力下，利率曝險的風險值比率的增幅也遠小於其他兩種曝險之風險值比率的增幅，但我們也要指出，考慮近年來市場利率波動加劇，未來可能推升利率市場風險之情況。
- 壓力情境對利率曝險的影響相當有限，僅使風險值比率 0.319% 增加到 0.354%，相對的，壓力情境對股權曝險則有不小的影響，風險值比率由 5.339% 增加兩倍以上到達 19.186%，主要原因在於台灣股市與美國股市 (以道瓊股價指數為代表) 有高度連動關係，這種現象有待未來研究進一步追蹤。我們也要指出，壓力情境對股權曝險的風險值雖有不小的影響，但因台灣全體本國銀行之股權持有部位較小，對銀行體系整體風險值的影響並不大。
- 如前所述，表 3.1 所列股權曝險的結果均來自於變異數共變數法，表中第 (2) 與第 (3) 欄所列舉的風險值比率分別建立在股價指數之變異數的不同估計方法上：第 (2) 欄是建立在各國股價指數分別採用 EGARCH 模型估計其條件變異數上，第 (3) 欄則是建立在台灣、美國、與中國大陸的三國多變量 GARCH 模型估計其條件變異數與共變數上。第 (3) 與第 (4) 欄的風險值比率中只在前三種幣別上有差異，相較於 EGARCH 模型估計，對台灣、美國、與中國大陸的股價指數採用多變量 GARCH 模型估計可降低中國大陸的風險值比率，但卻也些許提高台灣與美國的風險值比率。
- 由歷史模擬法所得到之股權曝險與外匯曝險的風險值比率大多高於由變異數共變數法所得到者 (利率曝險的歷史模擬法較繁複因而省略)，有些 (美元股權曝險) 甚至高於加壓風險值比率，也因此執行 99% 信賴水準之二項檢定回顧測試的臨界例外數也偏高。對於歷史模擬法風險值比率偏高的主要原因在於本研究為建置加壓風險值實證模型而不得不使用月資料進行模型估計與風險值的計算，我們所使用的 74 筆月資料樣本數基本上是不足以進行符合規範的歷史模擬法與回顧測試，如何進一步利用日資料進行加壓風險值實證模型以外的估計與分析，以嚴謹的測試本研究所建置風險值衡量模式的有效性將是未來的主要研究方向。

表 3.1 台灣全體本國銀行股權曝險及其風險值比率

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
幣別	曝險金額 台幣千元	EGARCH 風險值比率	3 國多變量 GARCH 風險值比率	歷史 風險值比率	加壓 風險值比率
台幣	66,757,094	4.318%	4.941%	7.800%	20.521%
美元	3,319,808	5.861%	6.145%	8.817%	6.149%
人民幣	4,695,960	11.052%	9.979%	17.400%	18.111%
日幣	14,183	9.463%	9.463%	8.762%	9.463%
英鎊	311,159	5.247%	5.247%	5.666%	5.247%
港幣	344,068	7.198%	7.198%	10.936%	7.198%
韓元	21,802	2.875%	2.875%	8.931%	2.875%
澳幣	3,257	6.209%	6.209%	5.786%	6.209%
歐元	2,303,137	5.815%	5.815%	10.493%	5.815%
總計	77,870,468	4.857%	5.339%	8.509%	19.186%

表 3.2 台灣全體本國銀行外匯曝險及其風險值比率

幣別	曝險金額 (台幣千元)	風險值比率	歷史風險值比率	加壓風險值比率
美元	67,048,724	1.970%	2.583%	2.301%
人民幣	21,020,777			
日幣	-15,013,877			
英鎊	2,302,412			
港幣	-269,018			
韓元	-495,271			
澳幣	229,660			
歐元	-2,300,547			
總計	108,680,286			

表 3.3 台灣全體本國銀行利率曝險及其風險值比率

幣別	曝險金額 (台幣千元)	風險值比率	加壓風險值比率
台幣	3,068,433,087	0.143%	0.221%
美元	2,482,119,929	0.202%	0.202%
人民幣	486,392,454	0.217%	0.217%
日幣	156,650,253	6.495%	6.495%
英鎊	58,558,707	0.060%	0.060%
港幣	115,977,328	0.084%	0.084%
韓元	51,343,722	1.053%	1.053%
澳幣	253,925,662	0.088%	0.088%
歐元	126,504,937	0.129%	0.129%
總計	6,799,906,080	0.319%	0.354%

結論

本計畫成功利用蒙地卡羅法獲得台灣全體本國銀行及個別銀行三種主要市場曝險的一般市場風險值，並進一步導出加壓風險值，也採用歷史模擬法以及回顧測試對前述一般市場風險值進行驗證，執行步驟符合 Basel II 內部模型法的要求。

本研究提出符合 Basel III 規範的市場風險內部模型，並使用大量資料進行模型的估計，再採用變異數共變數發、蒙地卡羅模擬、以及歷史模擬法導出可作為台灣全體本國銀行計提資本根據的風險值及加壓風險值，以及可為個別銀行計提資本所用的風險值及加壓風險值，這個結果有助於中央銀行檢驗個別銀行根據標準法所計提資本的適足程度，並評估本國銀行的整體風險面貌，由於本研究的方法論以及電腦軟體系統適用於各年度的資料，中央銀行不僅可在未來收到每個季度新資料後立即計算所有風險值結果，亦可在資料容許的範圍內回推過去各季度的風險值，從而形成風險值的時間序列，以此即時查驗甚至預測（或是預警）全體本國銀行以及個別銀行的市場風險趨勢。

本研究的另一項重要成果是技術移轉，並協助主管機關建置視窗操作系統，系統維護人員將能夠自行輸入新資料，進行資產價格實證模型的設定、估計、驗證，導出台灣全體本國銀行亦即個別銀行三大市場曝險的模擬損失分配，計算對應的平均損失以及任何信賴水準的風險值，還可進一步設定執行行壓力測試所需的加壓風險值模型，導入總體財經變量，並設定壓力情境，由之推導出壓力下的風險值，得以與非壓力下的風險值加以比較，找出我國銀行系統的弱點。

2014 年以來 BCBS 對加壓風險值方法論逐步提出修正 (BCBS 2013, 2014)，最終於 2016 年初建議以「預期短缺」(Expected Shortfall, ES) 方法論替代加壓風險值 (BCBS 2016)，本研究的實證模型建置只需簡單修正便可滿足這個新規範，這也將是後續研究的主要方向。

參考文獻:

- Ang, A. and Piazzesi, M., 2003, "A No-Arbitrage Vector Autoregression of Term Structure Dynamics with Macroeconomic and Latent Variables," *Journal of Monetary Economics*, 50, 745–787.
- Bank for International Settlements, 2005, "Zero-Coupon Yield Curve: Technical Documentation," BIS Papers No. 25, Basel, Bank for International Settlements.
- Bank for International Settlements, 2015, "Financial Stability Institute - Basel II, 2.5 and III Implementation," Financial Stability Institute, Basel, Bank for International Settlements.
- Basel Committee on Banking Supervision, 2006, "International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards," Basel, Bank for International Settlements.
- Basel Committee on Banking Supervision, 2009, "Analysis of the Trading Book Quantitative Impact Study," Basel, Bank for International Settlements.
- Basel Committee on Banking Supervision, 2010, "Basel III: A Global Regulatory Framework for More Resilient Banks and Banking Systems," Basel, Bank for International Settlements, 1–68.
- Basel Committee on Banking Supervision, 2011, "Revisions to the Basel II Market Risk Framework," Updated as of 31 December 2010, Basel, Bank for International Settlements, 1–34.
- Basel Committee on Banking Supervision, 2011a, "Messages from the Academic Literature on Risk Measurement for the Trading Book," Working Paper No. 19.
- Basel Committee on Banking Supervision, 2013, "Fundamental Review of the Trading Book: A Revised Market Risk Framework," Consultative Document, Basel, Bank for International Settlements, 1–123.
- Basel Committee on Banking Supervision, 2014, "Fundamental Review of the Trading Book: Outstanding Issues," Consultative Document, Basel, Bank for International Settlements, 1–88.
- Basel Committee on Banking Supervision, 2016, "Minimum Capital Requirements for Market Risk," Basel, Bank for International Settlements, 1–88.
- Bibkov, R. and M. Chernov, 2010, "No-Arbitrage Macroeconomic Determinants of the Yield Curve," *Journal of Econometrics*, 159, 166–182.
- Bollerslev, T., 1986, "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 31, 307–327.
- Bollerslev, T., 1987, "A Conditional Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Price and Rate of Return," *Review of Economics and Statistics*, 9, 542–547.
- Bollerslev, T., 1990, "Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: Multivariate Generalized ARCH Approach," *Review of Economics and Statistics*, 72, 498–505.
- Carriero, A., Favero, C. A., and Kaminska, I., 2006, "Financial Factors, Macroeconomic Information and the Expectations Theory of the Term Structure of Interest Rates," *Journal of Econometrics*, 131, 339–358.
- Christensen, J., Diebold, F. X., and Rudebusch, G.D., 2009, "An Arbitrage-Free Generalized Nelson-Siegel Term Structure Model," *Econometrics Journal*, 12, 33–64.

- De Pooter, M., Ravazzolo, F., and van Dijk, D., 2010, "Term Structure Forecasting Using Macro Factors and Forecast Combination," International Finance Discussion Paper No. 2010-993, Federal Reserve Board.
- Dewachter, H. and Lyrio, M., 2006, "Macro Factors and the Term Structure of Interest Rates," *Journal of Money, Credit, and Banking*, 38, 119–140.
- Diebold, F. X. and Li, C., 2006, "Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields," *Journal of Econometrics*, 130, 337–364.
- Diebold, F. X., Li, C. and Yue, V., 2008, "Global Yield Curve Dynamics and Interactions: A Generalized Nelson-Siegel Approach," *Journal of Econometrics*, 146, 351-363.
- Diebold, F. X. and Rudebusch, G. D., 2013, *Yield Curve Modeling and Forecasting: The Dynamic Nelson-Siegel Approach*, Princeton: Princeton University Press.
- Dowd, K., 2005, *Measuring Market Risk*. Wiley Finance Series, John Wiley & Sons Ltd, 2 Edition.
- Engle, R. F., 1982, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica* 50, 4,987–1007.
- Engle, R. F., 2011, "GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics," *Journal of Economic Perspectives*, 15.4, 157–168.
- European Banking Authority, 2011, "EBA Consultation Paper on the Draft Guidelines on Stressed Value At Risk (CP48)," London: European Banking Authority, 1–19.
- Hull, J. C., 2012, *Risk Management and Financial Institutions*, New Jersey: Hohn Wiley & Sons, Inc.
- Kupiec, P. H. 1995, "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models," *The Journal of Derivatives*, 3, 2, 73–84.
- Kupiec, P. H. 1998, "Stress Testing in A Value-at-Risk Framework," *Journal of Derivatives*, 7–24.
- Koivu, M., Nyholm, K., and Stromberg, J., 2007, Joint Modelling of International Yield Curves," Manuscript, European Central Bank.
- Koopman, S. J., Mallee, M. I. P. and Van der Wel, M., 2010, "Analyzing the Term Structure of Interest Rates Using the Dynamic Nelson-Siegel Model with Time-Varying Parameters," *Journal of Business and Economic Statistics*, 28. 329–343.
- Litterman, R. and Scheinkman, J. A., 1991, "Common Factors Affecting Bond Returns," *Journal of Fixed Income*, 1, 77–85.
- Mönch, E. 2008, "Forecasting the Yield Curve in A Data-Rich Environment: A No-Arbitrage Factor-Augmented VAR Approach," *Journal of Econometrics*, 146, 26–43.
- Nelson, D., 1991, "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach," *Econometrica*, 59:2, 347–370.
- Nelson, C. and Siegel, A. F., 1987, "Parsimonious Modeling of Yield Curves," *Journal of Business*, 60, 473–489.
- Obi, P. and Sil, S. 2015, "A Conceptual Framework for Examining the Impact of Basel 2.5 on Market Risk Capital," *Journal of Finance Issues*, 14, 1, 1–12.

- Pagan, A., 1984, "Econometric Issues in the Analysis of Regressions with Generated Regressors," *International Economic Review*, 25, 221-247.
- Pepe, G. 2013, "Basel 2.5: Potential Benefits and Unintended Consequences," Bank of Italy Occasional Paper No. 159, 1–38.
- Prorokowski, L. and Prorokowski, H. 2014, "Compliance with Basel 2.5: Banks' Approaches to Implementing Stressed VaR," *Journal of Financial Regulation and Compliance*, 22, 4, 339–348.
- Rudebusch, G. D., and Wu, T., 2008, "A Macro-Finance Model of the Term Structure, Monetary Policy and the Economy," *Economic Journal*, 118, 906–926.
- Svensson, L. E. O., 1994, "Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994," IMF Working Paper, WP/94/114 1–49.
- Svensson, L. E. O., 1996, "Estimating the Term Structure of Interest Rates for Monetary Policy Analysis," *Scandinavian Journal of Economics*, 98, 163–183.

附錄:

表 A.1 股權曝險相關總體財經變量

月資料	季資料
1. 自營商買進金額	1. GDP 成長率預測值
2. 自營商賣出金額	2. 實質經濟成長率
3. 投信買進金額	3. 實質經濟成長率
4. 投信賣出金額	4. 外來直接投資
5. 外資買進金額	5. 外來證券投資
6. 外資賣出金額	6. 名目 GDP
7. 景氣動向領先指標	7. 外來直接投資占 GDP 比率
8. 消費者物價指數年增率	8. 外來證券投資占 GDP 比率
9. 失業率	9. 上市股票 ROE
10. 道瓊股價指數	10. 上市股票 ROA
11. 標普股價指數	11. 上櫃股票 ROE
12. 加權平均名目銀行隔夜拆款利率	12. 上櫃股票 ROA
13. 外資買賣超	
14. 融資餘額 (張數)	
15. 融資餘額 (金額)	
16. 融券餘額 (張數)	
17. VIX 波動性	
18. TED 利差	

表 A.2 外匯曝險相關總體財經變量

月資料	季資料
1. 外匯市場壓力指數	1. 台灣、美國、中國大陸經常帳餘額
2. 台灣、美國、中國大陸淨出口餘額	2. 短期外債
3. 台灣、美國、中國大陸出口總額	3. 外匯存底
4. 台灣、美國、中國大陸進口總額	4. 短期外債占外匯存底比率
5. 新臺幣實質有效匯率指數	5. 外債
6. 消費者物價指數年增率	6. 出口
7. 美國聯邦資金利率	7. 外債占出口比率
8. 加權平均名目銀行隔夜拆款利率	8. 外來證券投資
9. 美元與新臺幣利差	9. 名目 GDP
	10. 外來證券投資占 GDP 比率

表 A.3 利率曝險相關總體財經變量

月資料	季資料
1. 台灣、美國、中國大陸央行資產	1. 台灣存款、放款、存款占放款比率
2. 台灣、美國、中國大陸央行負債	2. 美國存款、放款、存款占放款比率
3. 台灣消費者物價指數年增率	3. 實際提存流動準備
4. 美國消費者物價指數年增率	4. 應提流動準備負債
5. 美國聯邦資金利率	5. 實際提存流動準備占應提流動準備負債比率
6. 五年期美國公債利率	6. 新臺幣累計 30 天缺口
7. 十年期美國公債利率	7. 新臺幣累計 90 天缺口
	8. 新臺幣累計 180 天缺口
	9. 淨值
	10. 新臺幣累計 30 天缺口占淨值比率
	11. 新臺幣累計 90 天缺口占淨值比率
	12. 新臺幣累計 180 天缺口占淨值比率
	13. 淨值
	14. 銀行放款
	15. 名目 GDP
	16. 銀行放款對 GDP 比率