

# 時變參數向量自我迴歸模型於台灣通膨率與經濟成長率預測之應用\*

余軒\*\*

## 摘要

總體經濟變數之間的連動可能受到經濟結構變動的影響而改變，造成以向量自我迴歸模型預測關鍵經濟變數的難題。本研究將探討時變參數向量自我迴歸模型應用於台灣經濟成長率與通膨率之預測績效。文獻指出，時變參數向量自我迴歸模型運用在總體變數時應考慮誤差項的隨機波動性，其原因是，若為求簡化而假設模型誤差項具有變異數齊一性，則當誤差項波動值發生改變時，模型易將其錯誤地歸因於變數間的跨期連動關係改變，從而使迴歸係數的估計產生偏誤。基於此，本研究使用Koop and Korobilis (2013) 的模型設定，考慮殘差項的隨機波動性，並以該文的估計方法，加入較多的總體變數至TVP-VAR-SV模型中，以減輕遺漏變數偏誤，並評估時變參數設定及動態模型選擇是否改進對CPI通膨率與GDP成長率的預測。

本文將TVP-VAR-SV模型的預測結果與固定參數的遞迴式VAR模型比較，發現TVP-VAR-SV模型對四項總體變數的預測績效皆顯著地勝過遞迴式VAR模型，雖然遞迴式VAR模型計算速度極快，但較難達到理想的預測準確度。若將TVP-VAR-SV模型預測績效與固定參數的貝氏VAR模型相比較，則整體而言TVP-VAR-SV模型的預測績效較BVAR模型為佳，對CPI通膨與實質固定資本形成的預測具有顯著優勢，對GDP與民間消費的預測績效則與貝氏VAR模型相當。本文之預測結果可供本行總體估測參考。

**關鍵詞：**時變參數VAR、貝氏方法、經濟預測

**JEL分類代號：**C11, C53, C55

\* 本文初稿完成於110年1月，111年2月修正完稿。本文感謝三位匿名審稿人與中央銀行吳處長懿娟、曹副處長體仁、葉研究員盛、俞助理研究員欣榮及其他經濟研究處同仁給予之寶貴意見。本文觀點為作者個人意見，與服務單位無關，若有任何疏漏或錯誤，概由作者負責。

\*\* 中央銀行經濟研究處助理研究員。

## 壹、前言

傳統形式的向量自我迴歸模型(vector autoregression, VAR)存在兩項重要假設:迴歸係數矩陣不變與變異數齊一性(homoscedasticity)。然而,這兩項假設很可能不符合實際情況,因此,針對變數較少的VAR模型,研究者提出修正的假設,其一是迴歸係數矩陣可能隨時間經過而改變,亦即,時變參數的VAR模型(time-varying parameter vector autoregression, TVP-VAR),其二是允許模型變數殘差項的波動性隨時間而改變,亦即隨機波動性(stochastic volatility, SV)。結合這兩項修正假設的VAR模型,本文稱為TVP-VAR-SV模型;本文欲將TVP-VAR-SV模型應用於台灣GDP成長率與CPI通膨走勢的模擬與預測。

總體經濟變數之間的連動經常受到經濟結構變動的影響而改變,造成以向量自我迴歸模型預測關鍵經濟變數的難題。本研究將探討時變參數向量自我迴歸模型應用於台灣經濟成長率與通膨率之預測績效。過去文獻研究指出,TVP-VAR模型運用在總體變數時應考慮誤差項的隨機波動性(stochastic volatility),其原因是,若為求簡化而假設模型誤差項具有變異數齊一性(homoscedasticity),則當誤差項波動值發生改變時,模型易將其錯誤地歸因於變數

間的連動關係改變。基於此,本研究使用Koop and Korobilis (2013)的模型設定,納入考慮殘差項的隨機波動性,並以該文的估計方法,評估能否納入較多的總體變數至TVP-VAR-SV模型中,以減輕遺漏變數偏誤(omitted variable bias)對預測績效之影響。

本文將TVP-VAR-SV模型的預測結果與固定參數的遞迴式(recursive)VAR模型比較,發現TVP-VAR-SV模型對四項總體變數的預測績效皆顯著地勝過遞迴式VAR模型,雖然遞迴式VAR模型計算速度極快,但較難達到理想的預測準確度。本文亦將TVP-VAR-SV模型預測績效與貝氏向量自我迴歸(BVAR)模型相比較,發現整體而言TVP-VAR-SV模型的預測績效較BVAR模型為佳,對CPI通膨與實質固定資本形成的預測具有顯著優勢,對GDP與民間消費的預測績效則與BVAR模型相當。

本文的章節安排如下:除第壹章為前言外,第貳章為文獻回顧;第參章介紹TVP-VAR-SV模型與描述Koop and Korobilis (2013)的估計法,包括遺忘因子、衰變因子與模型選擇的步驟,並介紹用以做為預測績效比較的遞迴式VAR模型與BVAR模型;第肆章描述實證所採用的樣本資料、資料處理與實證結果;第伍章為結論。

## 貳、文獻回顧

總體模型需要具體而微的表達重要變數間的關係，以提供政策分析或協助未來預測。傳統總體計量模型(Macroeconomic Model, MEM)係從定義與經濟理論出發，描述經濟內生與外生變數之間的關係，將經濟體不同部門以方程式表達，並著重聯立方程式的求解。而自從Sims (1980) 提出向量自我迴歸模型，直接由資料出發，估計變數間的同期與跨期連動關係，因為其估計十分簡便與快速且亦可協助結構性的探討，VAR模型被廣泛的應用在經濟分析與實證研究中。並且，計量學者也著手採用貝氏方法，結合有關變數間關係的先驗假設去估計VAR模型。

VAR模型估計變數彼此之間的關係，當涵蓋變數增加時，待估計參數的數目呈指數增加(exponentially increase)，常會面臨樣本自由度不足的問題，使傳統估計的有效性受限，此時貝氏方法對估計VAR模型具有優勢，這是因為，若以貝氏方法對VAR模型的係數與變異數給予事前假設，再加入實際資料的訊息，常可改善估計結果。BVAR方法由Doan et al. (1984) 與Litterman (1986) 開始發展，並逐步發展出不同的先驗分配假設與可處理大量模型變數；詳細的BVAR模型推導與估計過程可參考Koop and Korobilis (2010) 與Dieppe et al. (2016)。

BVAR模型雖然較傳統總體計量模型更簡潔且更有彈性，但因為迴歸係數為固定的限制，仍難以避免盧卡斯的批判(Lucas' Critique)。畢竟隨著時間的推移，經濟結構可能發生改變，消費者與廠商的決策法則與政府的政策偏好也可能隨之演進，造成模型係數的改變，因此有非線性VAR模型(如馬可夫轉換VAR模型與門檻VAR模型)與時變參數VAR模型的發展。TVP-VAR模型的應用始於Cogley and Sargent (2001)，該文放寬固定係數的限制，允許VAR迴歸係數每期不同，研究美國於二次大戰後通膨動態與菲力普曲線的變化。該文以狀態空間模型(state-space model)的形式刻劃TVP-VAR模型，並使用馬可夫鏈蒙地卡羅(Markov-chain Monte Carlo, MCMC)方法進行估計。然而，Cogley and Sargent (2001) 設定迴歸殘差的共變數矩陣為固定，Sims (2001) 指出，將共變數矩陣設定為常數將扭曲迴歸係數的估計結果，因為當誤差項的變異數與共變數發生改變時，模型易將其歸因於變數間的跨期連動關係發生改變。因此，Cogley and Sargent (2005) 與Primiceri (2005) 放寬假設，允許迴歸殘差共變數矩陣的隨機波動，成為TVP-VAR-SV模型<sup>註1</sup>。

另外，雖然實務上常使用因子模型(factor models)以從大量資料中萃取少量因

子成為模型變數，近期研究亦發現大型的BVAR模型某些情況下可能帶來較好的預測績效。所謂大型的BVAR模型，通常指模型涵蓋數十個或甚至上百個變數。例如，Carriero et al. (2009) 使用33個美元與他國貨幣的雙邊匯率，發現BVAR模型對大部分雙邊匯率的短中長期預測準確度可以勝過隨機漫步模型；Banbura et al. (2010) 發現，在估計貨幣政策傳遞效果的BVAR模型中加入更多總體變數可以改善預測績效，並使模型產生較合理的衝擊反應函數；Koop (2013) 使用多達168個總體變數並發現大型BVAR模型的預測績效可勝過因子模型，並且模型採用簡單的明尼蘇達先驗分配(Minnesota prior)即可有理想的表現。

然而，欲使TVP-VAR-SV模型涵蓋大量資料卻非常不容易。原因是TVP-VAR-SV模型的估計過程通常需要經過MCMC模擬抽樣，此過程即使是小型的TVP-VAR-SV模型亦相當耗時，而大型的TVP-VAR-SV模型因有更多的參數待估計，使MCMC模擬更空礙難行。為了克服此困難，本文使用 Koop

and Korobilis (2013) 提出的近似估計方法。該方法使用遺忘因子(forgetting factors)進行參數估計，避免MCMC模擬的步驟，從而可大幅減少估計時間。Koop and Korobilis (2013) 估計法的另一個優點是可動態選擇每期欲涵蓋的變數組合，或許可以進一步幫助預測表現。

有關TVP-VAR-SV模型的中文文獻並不多，陳俊廷、張勝凱(2019)發現日本寬鬆貨幣政策的利率管道效果於不同期間呈異質性。利率政策衝擊在1990年後對產出及失業率無顯著正面影響，顯示其經濟可能在1990年後進入流動性陷阱。張哲豪(2013)使用TVP-VAR-SV模型針對日本與臺灣兩國，探討貨幣、匯率與股價的動態關係。該文亦發現日本與臺灣都呈現貨幣、股價與匯率對本身與其他變量的影響，皆會隨時間不同而有所變化，且隨機干擾變異數也呈現波動變化。以上兩篇文章皆探討總體變數間動態關係的改變，並未使用TVP-VAR-SV模型進行經濟預測。

### 參、TVP-VAR-SV模型與預測比較模型之介紹

本節敘述如何使用遺忘因子估計TVP-VAR-SV模型。包含截距項的TVP-VAR-SV模型可以寫為：

$$y_t = \alpha_t + \mathbf{B}_{1,t}y_{t-1} + \mathbf{B}_{2,t}y_{t-2} + \dots + \mathbf{B}_{p,t}y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

其中  $\{y_t, t = 1, 2, \dots, T\}$  是資料的時間序列( $T$  是時間序列的長度)，而每一個時點的  $y_t$  為一  $M \times 1$  的向量( $M$  是模型變數的數目)：

$$y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{Mt})' \quad (2)$$

而  $\alpha_t = (\alpha_{1t}, \alpha_{2t}, \dots, \alpha_{Mt})'$  為迴歸式截

距項係數； $\mathbf{B}_{1,t}, \dots, \mathbf{B}_{p,t}$  分別為  $M \times M$  的迴歸係數矩陣(  $p$  為模型涵蓋的解釋變數落後期數)。迴歸係數可能隨時間而變，在每一期，待估計的係數數量為  $M(1 + pM)$ 。 $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{Mt})'$  為迴歸式殘差項。

使用 Koop and Korobilis (2013) 的表達方式，TVP-VAR-SV模型(式(1))可更簡潔地改寫為：

$$y_t = \mathbf{Z}_t \beta_t + \varepsilon_t \quad (3)$$

$\mathbf{Z}_t$  是由常數項與  $p$  期的落後資料堆疊組成的  $M \times M(1 + pM)$  矩陣；亦即：

$$\mathbf{Z}_t = [\mathbf{I}_M, \mathbf{I}_M \otimes y_{t-1}', \mathbf{I}_M \otimes y_{t-2}', \dots, \mathbf{I}_M \otimes y_{t-p}'] \quad (4)$$

其中  $\mathbf{I}_M$  為  $M \times M$  的特徵向量矩陣；運算符號  $\otimes$  為克羅內克積(Kronecker product)； $\beta_t$  是由模型係數組成的  $M(1 + pM) \times 1$  向量：

$$\beta_t = \text{vec}([\alpha_t, \mathbf{B}_{1,t}', \mathbf{B}_{2,t}', \dots; \mathbf{B}_{p,t}']) \quad (5)$$

而  $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \dots, \varepsilon_{Mt})' \sim N(0, \Sigma_t)$  是服從常態分配的 i.i.d. 殘差項(  $\Sigma_t$  為其  $M \times M$  共變數矩陣)。和一般係數固定的VAR模型比較，TVP-VAR-SV模型允許模型係數  $\beta_t$  隨時間經過而改變，並且模型假設隨機衝擊的波動性亦可能隨時遞嬗而發生變化。本文假設模型係數的隨機過程為：

$$\beta_{t+1} = \beta_t + u_{t+1} \quad (6)$$

其中  $u_{t+1} \sim N(0, \mathbf{Q}_{t+1})$  是模型係數的隨機衝擊，假定是 i.i.d. 且服從常態分配； $\mathbf{Q}_{t+1}$  為隨機衝擊的共變數矩陣，同樣可能因時而變。

上述式(3)與式(6)兩式可組成狀態空間模型， $y_t$  與  $\mathbf{Z}_t$  是可被觀測到的變數，而式(3)是衡量方程式(measurement equation)，在給定先驗資訊  $\beta_0$ 、 $\Sigma_0$  與  $\mathbf{Q}_0$  與資料的時間序列  $\{y_t, t = 1, 2, \dots, T\}$  下，我們可以使用MCMC模擬的演算法，即是使用Monte Carlo法從後驗分配(posterior distribution)中大量抽樣，以估計每期的  $\beta_t$ 、 $\Sigma_t$  與  $\mathbf{Q}_t$ 。

然而，MCMC估計需要耗費大量的計算時間，特別是在模型變數個數  $M$  較大時，需要估計的參數數目呈指數增長，MCMC估計消耗的計算資源使其更加窒礙難行。準此，Koop and Korobilis (2013) 將遺忘因子應用於TVP-VAR-SV模型的估計，其基本概念是將  $\Sigma_t$  與  $\mathbf{Q}_t$  估計以概括值取代，如此則可使用解析求得模型係數  $\beta_t$  的後驗分配形式與其機率密度函數，可繞過MCMC估計方法，大幅減輕計算負擔。在下一小節中我們介紹使用遺忘因子的估計方法。

## 一、遺忘因子與衰變因子

在過去電腦運算能力仍較受限時，學界已開始使用遺忘因子來估計狀態空間模型，而近年運用遺忘因子於TVP-VAR-SV模型的文獻包括Koop and Korobilis (2013) 與Dangl and Halling (2012)，本節簡述使用遺忘因子的估計過程。設  $y^t = (y_1, y_2, \dots, y_t)'$  為從起始時點直到第  $t$  期的被解釋變數樣本，如前所述式(3)與式(6)可視為狀態空間模型，

結合預測模型殘差項  $\varepsilon_t$  與模型係數隨機衝擊  $u_t$  各自獨立且服從常態分配的假設，可以推論  $\beta_t$  與資料  $y_t$  的條件機率密度函數皆為常態，以符號表示可寫為：

$$\beta_t | y^{t-1} \sim N(\beta_{t|t-1}, \mathbf{V}_{t|t-1}) \quad (7)$$

$$\beta_t | y^t \sim N(\beta_{t|t}, \mathbf{V}_{t|t}) \quad (8)$$

$$y_t | y^{t-1} \sim N(y_{t|t-1}, \mathbf{F}_t) \quad (9)$$

對式(6)取條件期望值得到以下結果：

$$\beta_{t|t-1} = \beta_{t-1|t-1} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{t|t-1} &= E[(\beta_t - \beta_{t|t-1})(\beta_t - \beta_{t|t-1})'] \\ &= \mathbf{V}_{t-1|t-1} + \mathbf{Q}_t \end{aligned} \quad (11)$$

同理，對式(3)取條件期望值可以得到以下結果：

$$y_{t|t-1} = \mathbf{Z}_t \beta_{t|t-1} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_t &= E[(y_t - y_{t|t-1})(y_t - y_{t|t-1})' | y^{t-1}] \\ &= \mathbf{Z}_t \mathbf{V}_{t|t-1} \mathbf{Z}_t' + \Sigma_t \end{aligned} \quad (13)$$

接下來，因為  $\beta_t | y^{t-1}$  與  $y_t | y^{t-1}$  皆服從常態分配，兩者的聯合機率密度函數亦為常態分配，我們可以得到以下的結果<sup>註2</sup>。

$$\begin{pmatrix} \beta_t \\ y_t \end{pmatrix} | y^{t-1} \sim N \left( \begin{pmatrix} \beta_{t|t-1} \\ y_{t|t-1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{t|t-1} & \\ \mathbf{Z}_t \mathbf{V}_{t|t-1} & \mathbf{F}_t \end{pmatrix} \right) \quad (14)$$

接著，由多變量常態分配的條件機率性質可推得：

$$\begin{aligned} \beta_t | y^t &= \beta_t | y_t, y^{t-1} \sim N(\beta_{t|t}, \mathbf{V}_{t|t}) \\ &\sim N(\beta_{t|t-1} + \mathbf{V}_{t|t-1} \mathbf{Z}_t' \mathbf{F}_t^{-1} (y_t - y_{t|t-1}), \\ &\quad \mathbf{V}_{t|t-1} - \mathbf{V}_{t|t-1} \mathbf{Z}_t' \mathbf{F}_t^{-1} \mathbf{Z}_t \mathbf{V}_{t|t-1}) \end{aligned} \quad (15)$$

上述式(10)到式(15)即為Kalman filtering的過程。由以上推導過程可知，給定  $\beta_{0|0}$ 、 $\mathbf{V}_{0|0}$ 、 $\mathbf{Q}_0$  與  $\Sigma_0$  起始值，並透過MCMC模擬即可逐步得到各期資料  $y_t$  的概似函數，並可從參數後驗分配抽樣，以估計每期的  $\beta_t$ 、 $\Sigma_t$  與  $\mathbf{Q}_t$ ，但最大的困難是MCMC模擬抽樣需要很長的運算時間，特別是當資料變數眾多時相當耗費運算資源，使Kalman filtering計算窒礙難行。Koop and Korobilis (2013) 觀察到Kalman filtering過程中唯一需要估計  $\mathbf{Q}_t$  的式子是式(11)，因此，若將式(11)以下列近似的等式取代：

$$\mathbf{V}_{t|t-1} = \frac{1}{\lambda} \mathbf{V}_{t-1|t-1} \quad (16)$$

則可以迴避對  $\mathbf{Q}_t$  的估計，其中  $0 < \lambda \leq 1$  即為遺忘因子<sup>註3</sup>。

使用式(16)取代式(11)等同於將  $\mathbf{Q}_t$  以下列的等式取近似值：

$$\mathbf{Q}_t = \mathbf{V}_{t|t-1} - \mathbf{V}_{t-1|t-1} = \left(\frac{1}{\lambda} - 1\right) \mathbf{V}_{t-1|t-1}$$

因此，若將遺忘因子  $\lambda$  設定為1則隱含假設各期迴歸係數  $\beta_t$  皆沒有隨機衝擊，如此則模型回復到迴歸係數為固定常數(不因時間不同而改變)的模型，由此可知在使用遺忘因子下，傳統的向量自我迴歸模型依然可被視為TVP-VAR-SV模型的特殊型式。

當使用遺忘因子進行估計時，通常將遺忘因子  $\lambda$  設定為一接近1的數值(例如將  $\lambda$  設定為0.99)<sup>註4</sup>，如此可以使模型迴歸係數的共

變異矩陣在估計期間保持穩定，從而使模型迴歸係數的每期估計值不至於有太過劇烈的變動。在有關TVP-VAR-SV模型的計量文獻中，即使是使用完整的MCMC估計法而非使用遺忘因子，通常也需要限制先驗分配以保證迴歸係數的變動是依循一漸進的過程逐步變動<sup>註5</sup>。除了將遺忘因子  $\lambda$  設定為一個固定值，也可依據每期的預測誤差動態調整  $\lambda$ ，但設定  $\lambda$  之下限(  $\lambda_{min}$  )不偏離1太多，本文的實證採此法，並設  $\lambda_{min}=0.97$ <sup>註6</sup>。

除了  $\mathbf{Q}_t$  以外，我們還需要估計每期殘差項的變異數  $\Sigma_t$ ，本文同樣仿照Koop and Korobilis (2013) 使用類似遺忘因子的作法以避免用MCMC抽樣求取  $\Sigma_t$  的後驗分配。Koop and Korobilis (2013) 使用所謂"指數加權移動平均(Exponentially Weighted Moving Average, EWMA)估計式，亦即，設定殘差共變數矩陣的估計值  $\hat{\Sigma}_t$  為以下方程式：

$$\hat{\Sigma}_t = \kappa \hat{\Sigma}_{t-1} + (1 - \kappa) \hat{\varepsilon}_{t-1} \hat{\varepsilon}_{t-1}' \quad (17)$$

其中， $\hat{\varepsilon}_{t-1} = y_{t-1} - \beta_{t-1|t-1} \mathbf{Z}_{t-1}$  是由Kalman filtering產生的每期迴歸模型殘差的估計值。 $\kappa$  被稱作衰變因子(decay factor)，決定  $\hat{\Sigma}_t$  每期變動幅度( $\kappa$  值愈高， $\hat{\Sigma}_t$  變動愈緩慢)。Koop and Korobilis (2013) 建議  $\kappa$  的值應被設定在介於0.94與0.98之間，或是採用模型選擇的方法從一組在(0.94,0.98)之間的數值組合中選出每期最適的  $\kappa$  值。在本文的實證部分，因為計算時間的考量，將  $\kappa$  設為固定值0.96。本文以樣本內資料

$\{y_t, t = 1, 2, \dots, \tau\}$  ( $\tau$  為樣本內期間最後一期)的共變數矩陣作為殘差變異數的起始值  $\hat{\Sigma}_0$ 。

## 二、起始迴歸係數分配

欲啟動式(10)到式(15)的Kalman filtering估計過程，TVP-VAR-SV模型須給定起始迴歸係數的平均數與共變數矩陣  $\beta_{0|0}$  與  $\mathbf{V}_{1|0}$ 。因為本文在估計前會將所有變數轉換為定態(stationary)的時間序列，可設定起始迴歸係數之平均數  $\beta_{0|0} = 0$ 。至於起始迴歸係數共變數矩陣  $\mathbf{V}_{1|0}$ ，本文仿照Koop and Korobilis (2013) 採用簡化的Minnesota先驗<sup>註7</sup>，假設共變數矩陣為對角矩陣(即不同迴歸係數間無連動性)，若  $V_i$  為  $\mathbf{V}_{1|0}$  矩陣對角線上的第  $i$  項，則  $V_i$  之值如下：

$$V_i = \begin{cases} 10 & \text{若 } V_i \text{ 屬於截距項} \\ \gamma/r^2 & \text{若 } V_i \text{ 屬於第 } r \text{ 期落後期, } r = 1, \dots, p \end{cases}$$

由上式可看出，在給定的  $\gamma$  的值下，若迴歸係數屬於愈長的落後期，其起始變異數愈低，表示迴歸係數愈接近0。 $\gamma$  則是控制整體迴歸係數起始變動程度的超參數(BVAR文獻稱為收縮超參數, shrinkage hyperparameter)，愈低的  $\gamma$  會使迴歸係數在估計開始的過程中愈不容易偏離0。此收縮超參數即決定了迴歸係數的起始分配；本文讓模型依每期  $\gamma$  值的概似函數大小動態選擇每期最適的  $\gamma$  值(模型選擇的方法詳後述)，並讓TVP-VAR-SV模型在  $\gamma \in \{10^{-10}, 10^{-5},$

0.001, 0.005, 0.01, 0.05, 0.1} 共7個  $\gamma$  值做選擇。

### 三、模型選擇

TVP-VAR-SV模型可以良好捕捉當模型迴歸係數之變動為漸進的情況，然而，當模型的迴歸係數發生突然的改變時，TVP-VAR-SV模型對資料的配適程度可能較差，進而影響模型的預測表現。我們可以使用 Raftery et al. (2010) 提出的動態模型平均 (Dynamic Model Averaging, DMA) 方法，依據不同模型計算得到資料的概似機率函數 (likelihood function) 值相對大小來選擇不同的模型，基本概念為：若一模型計算得到的資料概似函數值愈大，隱含該模型愈符合真實的資料產生過程 (data generating process)，因此建模者便應該選擇該模型。本文選擇的不同模型可以是不同的 TVP-VAR-SV 模型收縮超參數  $\gamma$  或不同的解釋變數組合。亦即，本文建構的 TVP-VAR-SV 模型在每一時點嘗試選擇最適的迴歸係數變動程度與解釋變數組合，以達到較佳的資料配適度與預測績效。

若本文考慮  $N$  種不同模型設定，並將其標示為  $n = 1, 2, \dots, N$ ，要決定最適的模型以預測第  $t$  期本文關心的預測變數 (預測變數應是  $y_t$  的一個子集合，並且所有被考慮的不同變數組合都應該包含預測變數)，我們需要計算在給定第  $t-1$  期以前的資訊下，第  $n$  種設定的事前機率 (標示為  $\pi_{t|t-1,n}$ )，以及在加入

第  $t$  期預測變數的訊息後，應選擇第  $n$  種設定的事後機率 (即第  $n$  種設定的相對機率，標示為  $\pi_{t|t,n}$ )。Raftery et al. (2010) 的動態模型平均是以相對機率  $\pi_{t|t,n}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ ，為權重將不同模型設定產生的第  $t+1$  期預測加權平均，作為在第  $t$  期對第  $t+1$  期的預測值，而動態模型選擇是取  $\pi_{t|t,n}$  最高的模型設定為第  $t$  期最適的設定，以該設定產生的預測值為對第  $t+1$  期的預測值。因事前機率  $\pi_{t|t-1,n}$  與相對機率  $\pi_{t|t,n}$  每期皆會變動，每期最適的模型設定可能不同。動態模型選擇與動態模型平均的概念一致，關鍵在於如何計算  $\pi_{t|t-1,n}$  與  $\pi_{t|t,n}$ 。Raftery et al. (2010) 的計算步驟如下：

1. 設定起始機率  $\pi_{0|0,n}$ ，通常假設起始機率為  $\pi_{0|0,n} = \frac{1}{N}$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ ，即每種設定的事前機率相同。
2. 已知  $\pi_{t-1|t-1,n}$  後，將第  $t$  期事前機率  $\pi_{t|t-1,n}$  設定為：

$$\pi_{t|t-1,n} = \frac{\pi_{t-1|t-1,n}^{\eta}}{\sum_{l=1}^N \pi_{t-1|t-1,l}^{\eta}} \quad (18)$$

其中  $\eta$  可設定為接近1的數值，本文設定  $\eta = 0.99$ 。

3. 各模型設定下，在觀察到第  $t$  期預測變數的實際值  $y_t$  後，各模型設定的概似機率函數  $p_n(y_t|y^{t-1})$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$  可使用式(9)並由 Kalman filter 求得，並可據此計算第  $t$  期各模型設定相對機率：

$$\pi_{t|t,n} = \frac{\pi_{t|t-1,n} p_n(y_t | y^{t-1})}{\sum_{l=1}^N \pi_{t|t-1,l} p_l(y_t | y^{t-1})} \quad (19)$$

由以上的步驟可知，第  $n$  種設定的第  $t$  期相對機率  $\pi_{t|t,n}$  大致上是由該設定期之前的概似機率函數  $p_n(y_s | y^{s-1}), s = 1, 2, \dots, t$  的乘積大小決定。

本文在第肆章實證分析中考慮小型、中型、大型三種規模的TVP-VAR-SV模型(變數組合由少至多)，且如第參章第二節所述，考慮起始迴歸係數分配的共變數矩陣  $V_i$  可能有7個不同的  $\gamma$  值，因此TVP-VAR-SV模型每期是在21種不同的模型設定中做動態選擇，上述計算步驟在時間迴圈內必須有兩個迴圈，內層迴圈設定  $N = 7$ ，在一給定的模型規模下執行上述計算步驟，計算該模型規模下最高的相對機率  $\pi_{t|t,n^*}, j = 1, 2, 3$  以選擇最佳的  $\gamma$  值，外側迴圈則選擇最佳的模型規模，依內側迴圈得到的  $\pi_{t|t-1,n^*} p_{n^*}(y_t | y^{t-1}), j = 1, 2, 3$  的相對大小決定。

#### 四、作為預測績效比較的模型

本文除以遞迴式VAR(recursive VAR) 模

型為預測績效比較基準，亦以兩種BVAR模型作為預測績效對照模型，檢視時變參數設定能否增進預測準確度。這兩種BVAR模型的差別在於其對參數先驗分配的設定不同，其一為採自然共軛先驗(natural conjugate prior)分配<sup>註8</sup>的BVAR模型，其二為採獨立常態-Inverse Wishart分配的BVAR模型<sup>註9</sup>。

遞迴式VAR與BVAR模型皆為固定參數的模型。可將一個VAR(p)模型寫成近似於式(1)的形式：

$$y_t = a_0 + \mathbf{A}_1 y_{t-1} + \mathbf{A}_2 y_{t-2} + \dots + \mathbf{A}_p y_{t-p} + \varepsilon_t, t = 1, \dots, T \quad (20)$$

其中  $a_0$  為  $M \times 1$  迴歸式截距項， $\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_p$  皆為  $M \times M$  迴歸係數矩陣， $\varepsilon_t$  為  $M \times 1$  迴歸式殘差項。亦即，模型共有  $M$  個變數，因此在每一個時點  $t$  有  $M$  個單一迴歸式，每一個迴歸式有  $K \equiv 1 + Mp$  個迴歸係數。假設  $\varepsilon_t$  前後期彼此獨立且  $\varepsilon_t \sim N(0, \Sigma)$ ，其中  $\Sigma$  是  $M \times M$  的殘差項共變數矩陣。和TVP-VAR-SV模型比較，可知兩者差別為迴歸係數是否可隨時間變動，以及迴歸殘差是否具有變異數齊一性。

### 肆、樣本資料與實證結果

#### 一、資料來源與處理

本文使用季模型進行預測績效比較，資料涵蓋20個台灣經濟金融變數，包括物

價、國民所得帳主要項目、失業率、薪資、貨幣總計數M2、新台幣實質有效匯率指數(REER)、國發會景氣指標與其子項目等。

樣本期間為1984年Q2至2022年Q1，共152季。

本文使用的物價資料來源為主計總處總體統計資料庫，涵蓋6個物價指數，變數見表1。物價指數資料均為月頻率，取每季各月指數平均轉換為季頻率，並使用Eviews的X-13季節調整指令去除季節性，再取自然對數並進行一階差分以得到樣本期間各物價指數季增率。國民所得帳主要項目來源為主計總處國民所得統計資料庫，包括實質GDP、實質民間消費、實質固定資本形成、實質商品與服務輸出、實質商品與服務輸入。其亦經Eviews的X-13季節調整指令去除季節性，並取自然對數的一階差分得到季增率。失業率與(工業及服務業)受僱員工每人每月實質總薪資資料來源為勞動部資料庫，失業率為取3、6、9、12月失業率，與每人每月實質總薪資皆經過季節調整，其中每人每月實質總薪資經取自然對數並進行一階差分以得到季增率。貨幣總計數M2來源為中央銀行統計資料庫，資料為3、6、9、12月當月各日平均值，經X-13季節調整後並取自然對數的一階差分得到季增率。新台幣REER來源為國際清算銀行(BIS)資料庫，採用狹義指數(narrow index)，取每季各月指數平均轉換為季頻率，並取自然對數的一階差分得到季變動率。

與景氣指標相關的變數有5項，包括領先指標綜合指數、台灣加權股價指數、外銷

訂單金額(取自經濟部統計處)<sup>註10</sup>、企業總用電量與非農業部門就業人數。資料均為月頻率，領先指標綜合指數與台灣加權股價指數為取3、6、9、12月資料為當季資料，外銷訂單金額、企業總用電量與非農業部門就業人數為取每季各月數值之平均轉換為季頻率，外銷訂單金額及企業總用電量經過季節調整，且上述五項變數皆取自然對數的一階差分得到季變動率。

## 二、樣本期間與模型涵蓋變數

為了測試模型對物價與產出變動較劇烈時期的預測能力，本文將樣本外預測的起始點設定為2008年Q1(亦即，樣本內期間為1984年Q2至2007年Q4)，因此，樣本外預測期間除了包含兩次國發會認定的景氣衰退期(分別為2008年至2009年的全球金融危機時期與2011年的歐債危機時期)，亦包含2020年Q2至2022年Q1的新冠肺炎疫情封鎖期與其後的復甦時期。另外，考量全球金融危機時期總體變數波動甚大，為了避免單一經濟衰退期的預測表現即決定樣本外期間各模型的相對預測績效，本文亦另將樣本外預測起始點設定為2010年Q1，作為模型預測績效的強韌性測試。

本文主要感興趣的變數是CPI與實質GDP季增率，但亦額外預測實質民間消費季增率與實質固定資本形成季增率。針對遞迴式VAR模型與BVAR模型，Koop and

Korobilis (2010, 2013) 指出模型規模宜較精簡，因涵蓋變數數目增加可能使預測績效變差。因此，本文用來作為預測績效比較的遞迴式VAR模型與(不同先驗分配的)BVAR模型均只包含6個變數(見表2)。至於TVP-VAR-SV模型雖可涵蓋較多數目的變數，但模型適用的變數可能隨經濟情況而變，使用大規模的模型不一定會得到最佳的預測，因此，本文讓TVP-VAR-SV模型每一期在三個模型規模中(見表2)依其對應的概似機率函數做動態模型選擇，每期選取概似機率最高的模型規模作為預測模型，因此各期用以預測模型的規模亦可隨時而變。

表2中的遞迴式VAR、BVAR與TVP-VAR-SV模型接設定變數1、7、8、9、12、

15為基本的模型變數，會選擇變數15(貨幣總計數M2)是因為本文以貨幣總計數M2作為衡量貨幣供給的代表變數，選擇變數12(失業率)是因為本文假設貨幣供給亦可能對失業率做反應，選擇變數8與9(實質民間消費、實質固定資本形成)是因為這兩者是主要內需來源，且也是央行關心的重要總體變數；再者，實質民間消費、實質固定資本形成與失業率也是探討貨幣政策效果的VAR模型通常會涵蓋的變數。中型TVP-VAR-SV模型除涵蓋基本的6個模型變數，還加入核心CPI、兩項進口物價指數(消費用品與資本用品)、實質輸出、實質輸入與國際清算銀行(BIS)公布之狹義REER，以納入對外部門的影響。

表1 模型變數表

物價指數(月頻率)		
變數編號與名稱	資料來源	資料處理方式
1. CPI	主計總處	季平均、季節調整、對數一階差分
2. 核心CPI	主計總處	季平均、季節調整、對數一階差分
3. 進口物價指數-消費用品	主計總處	季平均、季節調整、對數一階差分
4. 進口物價指數-資本用品	主計總處	季平均、季節調整、對數一階差分
5. 進口物價指數-農工原料	主計總處	季平均、季節調整、對數一階差分
6. 躉售物價指數-國產內銷	主計總處	季平均、季節調整、對數一階差分
國民所得帳項目(季頻率)		
7. 實質GDP	主計總處	季節調整、對數一階差分
8. 實質民間消費	主計總處	季節調整、對數一階差分
9. 實質固定資本形成	主計總處	季節調整、對數一階差分
10. 實質商品服務輸出	主計總處	季節調整、對數一階差分
11. 實質商品服務輸入	主計總處	季節調整、對數一階差分

勞動市場變數(月頻率)		
12. 失業率	勞動部	季底、季節調整
13. 每人每月實質總薪資	勞動部	季平均、季節調整、對數一階差分
14. 非農業部門就業人數	國發會	季平均、對數一階差分
金融市場變數(月頻率)		
15. 貨幣總計數 M2	中央銀行	季底、季節調整、對數一階差分
16. 狹義REER指數	BIS	季平均、季節調整、對數一階差分
17. 台灣加權股價指數	國發會	季底、對數一階差分
其他景氣指標項目(月頻率)		
18. 領先指標綜合指數	國發會	季底、對數一階差分
19. 外銷訂單金額	台灣經濟新報	季平均、季節調整、對數一階差分
20. 企業總用電量	國發會	季平均、季節調整、對數一階差分

表2 各模型涵蓋變數

模型	(變數數目)	變數編號與排序
遞迴式VAR	(6)	1、7、8、9、12、15;
BVAR	(6)	1、7、8、9、12、15;
TVP-VAR-SV	(6)	1、7、8、9、12、15;
	(12)	1、7、8、9、10、11、2、16、12、15、3、4;
	(20)	1、7、8、9、10、11、2、16、12、17、15、19、20、14、18、3、4、5、6、13;

註：編號對應之變數請見表1第1欄。

### 三、預測步驟與績效比較

遞迴式VAR模型係將迴歸殘差項的樣本共變數矩陣以Cholesky分解的方式模擬模型變數的結構性衝擊，本文選擇所有模型的落後期數均為4，係根據遞迴式VAR模型採用落後4期下有最好的預測表現。本文比較未來1季的單步預測與直到未來第8季的多步預測，各模型多步預測係透過遞迴方式產生(而非直接預測)，亦即，對未來第2期的預測

係由對未來第1期預測而來，對未來第3期的預測係由對未來第1期與第2期預測而來，依此類推。另外，本文採用遞迴預測(recursive forecast)，即隨樣本外時間的推移，模型的樣本內長度不斷擴充；亦即，各模型先以1984年Q1至2007年Q4(共95季)的實際值為樣本內資料估計參數與抽樣，並以Monte Carlo模擬預測2008年Q1至2009年Q4的經濟變數，再加入一筆實際值，以1984年Q2至2008

年Q1的實際值為樣本內資料，預測2008年Q2至2010年Q1的經濟變數，依此類推，並逐步記錄預測結果，再計算預測誤差。

遞迴式VAR模型每期的預測值為5,000次Monte Carlo模擬的平均數。BVAR模型每期的預測為經過12,000次Gibbs參數抽樣，並捨棄前2,000次抽樣，每次參數抽樣則有50次Monte Carlo模擬隨機誤差衝擊，因此每一步預測可能有500,000個不同路徑，以其平均數為作為預測值。TVP-VAR-SV模型則為21種不同模型設定(由3種不同變數組合與7個先驗分配收縮超參數組成)每期的預測都做5,000筆做Monte Carlo模擬得到不同路徑。TVP-VAR-SV模型的運算時間大約是BVAR模型的1.4倍。

各變數皆以1984年Q1至2007年Q4期間的平均數與標準差進行標準化，以標準化後的資料做預測，並計算均方根誤差(RMSE)<sup>註11</sup>。表3為TVP-VAR-SV模型、遞迴式VAR模型與DSGE模型的RMSE比較<sup>註12</sup>，表3顯示TVP-VAR-SV模型對四個經濟變數向前8季預測的RMSE大致皆比遞迴式VAR模型低，而且對CPI通膨、實質GDP、實質民間消費各期預測的優勢絕大多數具有統計顯著性、而對實質固定資本形成向前3季的預測亦有統計顯著性。可以得知，雖然遞迴式VAR模型的計算時間極短，但卻犧牲了預測表

現，難以企及TVP-VAR-SV模型。比較TVP-VAR-SV模型與DSGE模型，可發現DSGE模型對CPI通膨的預測準確度甚差，對實質固定資本形成的預測準確度亦不及TVP-VAR-SV模型，惟對未來一年內的GDP預測準確度似乎勝過TVP-VAR-SV模型。可知TVP-VAR-SV模型相對DSGE模型的預測優勢在於對CPI通膨與對實質固定資本形成的預測；另外，TVP-VAR-SV模型較DSGE模型的計算時間為短。

表4為TVP-VAR-SV模型與BVAR模型的RMSE比較，顯示採自然共軛先驗與獨立常態-Wishart先驗假設的BVAR模型，各變數與各期的預測績效十分接近，因此表4的Diebold-Mariano檢定僅比較TVP-VAR-SV模型與自然共軛先驗BVAR模型。TVP-VAR-SV模型對CPI季增率各期RMSE均較BVAR模型低，且在向前預測第1季至第3季時預測準確度差距具有統計顯著性。對實質GDP季增率雖單步預測RMSE略低於BVAR模型，但在向前預測第2季至第4季時RMSE均稍高於BVAR模型，惟差距不具統計顯著性。另外，TVP-VAR-SV模型對實質固定資本形成的單步預測較BVAR模型準確，且具有統計顯著性。綜合而言，TVP-VAR-SV模型的預測表現較BVAR模型略佳，主要優勢在對CPI通膨率的預測。

表3 預測績效比較: TVP-VAR-SV、遞迴式VAR與DSGE模型之RMSE

	CPI 通膨	實質GDP	實質民間消費	實質固定資本形成
TVP-VAR-SV				
1q	0.675**	1.173*	1.255	1.047**
2q	0.720***	1.244***	1.246*	1.115**
3q	0.726***	1.276***	1.234***	1.121*
4q	0.722***	1.158***	1.198***	1.077
5q	0.730***	0.977***	1.184***	0.975*
6q	0.610***	0.967*	1.227**	0.948*
7q	0.623***	0.977**	1.247**	0.947
8q	0.634***	0.991***	1.259***	0.921
遞迴式VAR				
1q	0.923	1.462	1.313	1.357
2q	1.045	1.565	1.335	1.353
3q	1.081	1.606	1.428	1.309
4q	0.952	1.463	1.372	1.249
5q	1.000	1.313	1.360	1.174
6q	0.841	1.246	1.396	1.146
7q	0.872	1.254	1.430	1.149
8q	0.930	1.332	1.522	1.147
DSGE				
1q	1.313	1.132	1.296	1.160
2q	1.508	1.142	1.224	1.209
3q	1.581	1.145	1.227	1.287
4q	1.545	1.049	1.188	1.309
5q	1.486	0.955	1.195	1.159
6q	1.396	0.942	1.154	1.204
7q	1.402	0.983	1.188	1.138
8q	1.375	0.994	1.183	1.113

註：本表顯示TVP-VAR-SV模型、遞迴式VAR模型與DSGE模型樣本外預測之RMSE，樣本外預測期間為2008年Q1至2022年Q1。Diebold-Mariano雙尾檢定為比較TVP-VAR-SV與遞迴式VAR模型，在10%、5%、1%信賴水準下顯著(優於遞迴式VAR)分別以、標示。

表4 比較: TVP-VAR-SV 與BVAR模型之RMSE

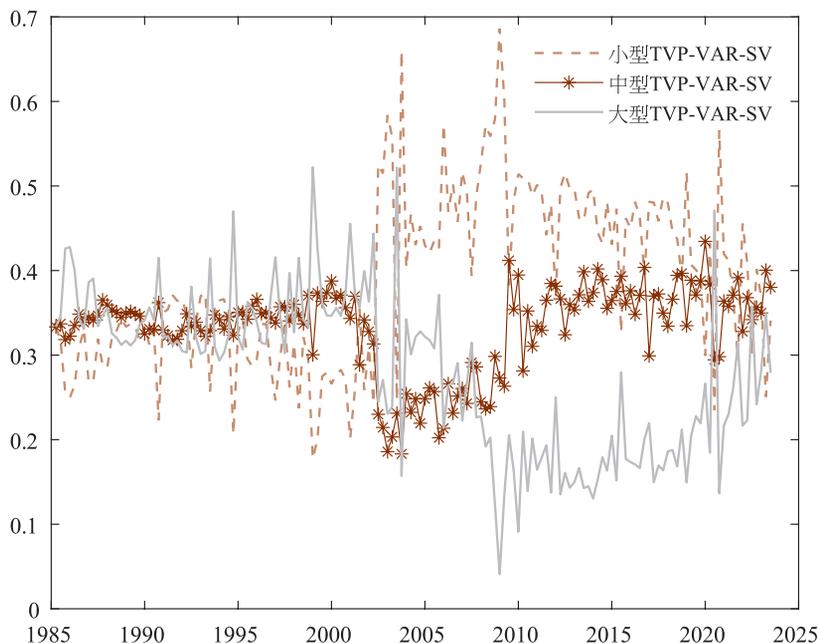
	CPI 通膨	實質GDP	實質民間消費	實質固定資本形成
TVP-VAR-SV				
1q	0.675**	1.173	1.255	1.047*
2q	0.720**	1.244	1.246	1.115
3q	0.726**	1.276	1.234	1.121
4q	0.722	1.158	1.198	1.077
5q	0.730	0.977	1.184	0.975
6q	0.610	0.967	1.227	0.948
7q	0.623	0.977	1.247	0.947
8q	0.634	0.991	1.259	0.921
自然共軛先驗BVAR				
1q	0.873	1.262	1.138	1.211
2q	0.914	1.197	1.224	1.178
3q	0.904	1.197	1.231	1.087
4q	0.791	1.106	1.166	1.001
5q	0.752	1.064	1.165	0.992
6q	0.628	1.000	1.162	1.016
7q	0.657	1.012	1.179	1.018
8q	0.642	1.052	1.230	0.968
獨立常態-Wishart先驗BVAR				
1q	0.875	1.228	1.103	1.209
2q	0.908	1.202	1.245	1.192
3q	0.901	1.206	1.217	1.143
4q	0.792	1.117	1.168	1.044
5q	0.753	1.078	1.163	1.015
6q	0.621	1.012	1.145	1.051
7q	0.654	1.022	1.156	1.043
8q	0.643	1.054	1.218	0.995

註: 本表顯示TVP-VAR-SV模型與兩種先驗假設的 BVAR 模型樣本外預測之RMSE，樣本外預測期間為2008年Q1至2022年Q1。Diebold-Mariano 雙尾檢定在 10%、5% 信賴水準下顯著 (優於自然共軛先驗 BVAR)分別以 \* 標示。

圖1繪示涵蓋6、12、20個變數的TVP-VAR-SV模型(圖中分別標示為小型、中型、大型TVP-VAR-SV模型)隨時間經過的相對機率變化。由圖中可發現在1999年以前3種規模的TVP-VAR-SV模型其相對機率互有消長，在2000年至2003年以大型TVP-VAR-SV模型的相對機率較高，而在2004年以後至2019年則主要以只涵蓋6個變數的小型TVP-VAR-SV模型的相對機率較高；惟2020年新冠疫情發生後，小型TVP-VAR-SV模型的相對機率降低，而大型模型的相對機率有升高跡象。Koop and Korobilis (2013) 的實證結果顯示當總經變數有較大波動時，不同模型規模的相對機率比較容易發生改變，他們以美國資料計算的實證結果，同樣在2003年左

右小型模型的相對機率轉為比中、大型模型更高，但到2008年金融危機發生時小型模型的相對機率復轉為較中、大型模型低(該文實證研究樣本資料止於2010年Q2)。本文則是在2009年全球金融危機、2012年歐債危機、2015年Q3至Q4中國大陸股災時期與2020年至2021年新冠疫情期間小型模型的相對優勢下降，這可能是因本文關心的總經變數出現較大波動，使額外變數能提供更多資訊內涵<sup>註13</sup>。值得注意的是由圖1，自2005年後TVP-VAR-SV中型模型的相對機率有逐漸上升的趨勢，可能反應對外部門對本文關心的4個預測變數(CPI、GDP、實質民間消費、實質固定資本形成)影響趨於上升。

圖1 TVP-VAR-SV模型規模的相對機率



註：本圖顯示小型、中型、大型TVP-VAR-SV模型的相對機率，分別涵蓋6個、12個、與20個模型變數，模型的相對機率是由各模型規模在當期的概似函數求得。

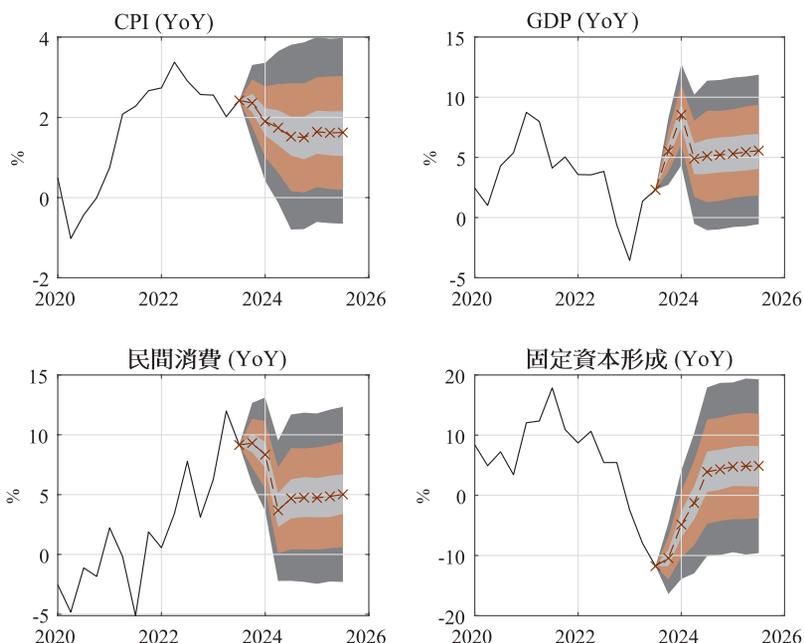
#### 四、對未來的預測

本文用以建模與估計的變數，除失業率以外均是季增率資料(見表1)，然由於台灣通常以總體變數年增率衡量，本節呈現TVP-VAR-SV模型對未來8季(從2023年Q4至2025年Q3)總體變數的預測值。本節是以截至2023年Q4為止的樣本(1984年Q2至2023年Q4)的資料來產生預測。以GDP預測為例，在2023年Q3預測2023年Q4的GDP年增率，可將2023年Q1至Q3的GDP季增率實際值與2023年Q4的GDP季增率預測值加總，得到2023年Q4的GDP年增率的(向前一季)預測值；同理將2023年Q2與Q3季增率的實際值與2023年Q4與2024年Q1季增率的預測值加總可得2024年Q1的GDP年增率(向前兩季)預測值，依此類推，可得到未來各季的總體變

數年增率預測。如第參章所述，本文TVP-VAR-SV模型採用動態模型選擇每期選取相對機率較高的模型進行預測；觀察圖1，在樣本終點2023年Q3時相對機率較高的是中型模型，故即以中型模型產生對未來的預測。

圖2分別繪示CPI、實質GDP、實質民間消費與實質固定資本形成年增率的近期走勢(實線)與TVP-VAR-SV模型的預測中位數(虛線)與30%、68%及90%的信賴區間(分別為由深至淺的陰影區域)。顯示模型預測CPI年增率將呈緩步下降，在2024年下半年下降至接近1.8%，民間消費年增率在2024年下半年將放緩至約5%，固定資本形成年增率則在2024年下半年將轉為正成長。受惠民間消費動能持續，與固定資本形成復甦，模型預測GDP年增率將在2024年Q1達高峰至約8.4%。

圖2 TVP-VAR-SV模型對各總體變數年增率之預測中位數與信賴區間



註：實線為各變數(經季節調整之)實際值，虛線為TVP-VAR-SV模型預測之中位數，陰影區域由深色至淺色分別涵蓋預測之30%、68%、90%。

## 五、預測績效強韌性測試

### (一) 改變預測期間

如前所述，為了避免單一總體變數大幅波動時期的預測表現即決定樣本外期間決定模型的相對預測績效，本文亦另將樣本外預測起始點設定為2010年Q1，使樣本外預測期間不包含2008年至2009年全球金融危機時期，並將樣本外預測終點設定為2020年Q1，排除新冠肺炎疫情蔓延期間<sup>註14</sup>，以作為模型預測績效的強韌性測試。表5為TVP-VAR-SV模型與自然共軛先驗BVAR模型的RMSE比較<sup>註15</sup>，顯示TVP-VAR-SV模型對各期CPI季增率的預測誤差均低於自然共軛先驗BVAR模型，且在往前1至3季的預測具有

統計顯著性，另外，對於實質固定資本形成季增率往前預測1至3季亦表現較佳，具有統計顯著性；然而，在此經濟較為平穩的期間，BVAR模型對較長期的實質GDP與實質民間消費季增率預測似較有優勢。綜合而言，TVP-VAR-SV模型的短期預測表現仍然較佳，其預測能力對不同樣本期間應有一定程度的強韌性。

### (二) 固定模型規模

本文比較TVP-VAR-SV、遞迴式VAR與兩種BVAR模型，並發現TVP-VAR-SV模型預測表現普遍較佳，惟本文的遞迴式VAR與BVAR模型皆只考慮6個變數，而TVP-VAR-SV模型的預測值則是分別考慮6、12、20個

變數，並將三種模型的加權平均。上述做法，無法分辨TVP-VAR-SV模型預測能力較佳係源自於時變參數與隨機波動性，或是因為考量更多變數並透過動態模型選擇改變模型規模所致。基於此，表6將TVP-VAR-SV模型變數個數固定為同樣只考慮6個變數，

並與自然共軛BVAR比較。將表4與表6相對照，可發現即使將模型規模固定為6個變數，TVP-VAR-SV模型相對於固定係數模型的優勢大致不變，亦即，TVP-VAR-SV模型的預測優勢可能是由允許參數隨機變動而來註16。

表5 預測績效比較: TVP-VAR-SV 與BVAR模型之RMSE

	CPI 通膨	實質GDP	實質民間消費	實質固定資本形成
TVP-VAR-SV				
1q	0.607**	0.652	0.799	0.791**
2q	0.616*	0.696	0.773	0.757**
3q	0.609*	0.723	0.806	0.775*
4q	0.594	0.740	0.817	0.783
5q	0.601	0.754	0.841	0.786
6q	0.609	0.769	0.868	0.795
7q	0.623	0.773	0.891	0.792
8q	0.607	0.772	0.913	0.729
自然共軛先驗BVAR				
1q	0.660	0.685	0.828	0.878
2q	0.647	0.667	0.786	0.858
3q	0.671	0.686	0.816	0.855
4q	0.642	0.726	0.817	0.837
5q	0.626	0.729	0.755	0.789
6q	0.615	0.662#	0.756#	0.770
7q	0.630	0.696	0.782#	0.765
8q	0.630	0.714	0.796#	0.720

註：本表顯示TVP-VAR-SV模型與自然共軛BVAR模型樣本外預測之RMSE，樣本外預測期間為2010年Q1至2020年Q1。Diebold-Mariano雙尾檢定在10%、5%信賴水準下顯著(優於BVAR)分別以\*標示。在10%信賴水準下BVAR模型顯著較佳則以#標示。

表6 預測績效比較: TVP-VAR-SV(小型模型) 與BVAR模型之RMSE

	CPI 通膨	實質GDP	實質民間消費	實質固定資本形成
TVP-VAR-SV(小型模型)				
1q	0.675**	1.178	1.261	1.050*
2q	0.718*	1.249	1.244	1.114
3q	0.723*	1.278	1.237	1.222
4q	0.722	1.156	1.201	1.075
5q	0.727	0.976	1.183	0.977
6q	0.611	0.972	1.226	0.948
7q	0.624	0.978	1.249	0.942
8q	0.633	0.992	1.260	0.922
自然共軛先驗BVAR				
1q	0.873	1.262	1.138	1.211
2q	0.914	1.197	1.224	1.178
3q	0.904	1.197	1.231	1.087
4q	0.791	1.106	1.166	1.001
5q	0.752	1.064	1.165	0.992
6q	0.628	1.000	1.162	1.016
7q	0.657	1.012	1.179	1.018
8q	0.642	1.052	1.230	0.968

註：本表顯示TVP-VAR-SV模型(固定為6個變數)與自然共軛BVAR模型樣本外預測之RMSE，樣本外預測期間為2008年Q1至2022年Q1。Diebold-Mariano雙尾檢定在10%、5%信賴水準下顯著(優於BVAR)分別以 \* 標示。

## 伍、結 論

本文應用TVP-VAR-SV模型於台灣CPI通膨率與經濟成長率的預測，採用Koop and Korobilis (2013) 提出的近似估計方法，以遺忘因子與衰變因子略去馬可夫鏈抽樣過程，可以大幅節省運算時間。除了模型的參數可以隨時間經過而改變外，本文亦允許模型的先驗分配與變數組合可跨期變動，依照不同設定之概似函數高低使TVP-VAR-SV模

型在每期能夠動態選取最適的設定，期能提升模型的預測績效。

本文將TVP-VAR-SV模型的預測結果與固定參數的遞迴式VAR模型比較，發現TVP-VAR-SV模型對4項總體變數的預測績效皆顯著地勝過遞迴式VAR模型，雖然遞迴式VAR模型計算速度極快，但較難達到理想的預測準確度。若將TVP-VAR-SV模型預測績效與

固定參數的BVAR模型相比較，則整體而言 TVP-VAR-SV模型的預測績效較BVAR模型為佳，對CPI通膨與實質固定資本形成的預測具有顯著優勢，對GDP與民間消費的預測績效則與BVAR模型相當。

本文實證部分亦計算TVP-VAR-SV模型對CPI、GDP、實質民間消費與實質固定資本形成自2022年Q2起之未來8季年增率的點預測與其信賴區間(扇形圖)，顯示TVP-VAR-SV模型預測未來CPI年增率可能將下降，實質民間消費將復甦，而實質固定資本形成年增率將放緩，可提供本行總體估測之參考。

本文未來可有數個延伸方向，如持續測試不同變數組合的TVP-VAR-SV模型以期達

到更好的預測績效，且可考慮以區塊外生性(block exogeneity)的假設納入國外總體變數。此外，本文所使用為季模型，但TVP-VAR-SV模型並未對資料頻率設限，因此亦可嘗試建構月頻率或甚至日頻率模型，進行較高頻變數的預測。另外，亦可探索不同的估計方法或進行結構性的分析(structural analysis)，例如，Kapetanios et al. (2019)以非參數(nonparametric)方法估計大型TVP-VAR-SV模型，該文模擬結果發現非參數估計法對不同的資料產生過程(data generation process, DGP)比Koop and Korobilis (2013)更具強韌性，後續可再應用其方法於實證測試。

## 附 註

- (註1) 迴歸殘差共變數矩陣的變動可能來自模型變數間同期關係的變動或結構衝擊的隨機波動性，Primiceri (2005) 的模型允許模型變數間同期關係亦具時變性質，Cogley and Sargent (2005) 的模型則只允許結構衝擊具隨機波動性。
- (註2) 有關變異數之推導請見附錄。
- (註3) 遺忘因子必須小於或等於1的原因是因為  $\mathbf{Q}_t$  既是  $\beta_t$  隨機衝擊的共變數矩陣，則必須為半正定(positive semi-definite)或正定(positive definite)的矩陣。
- (註4) 見Raftery et al. (2010)。
- (註5) 例如，Cogley and Sargent (2005) 與Primiceri (2005) 皆假定迴歸係數的共變數矩陣的先驗分配是非常緊密(tight)，從而使  $\beta_t$  每期的變動不會過於劇烈。
- (註6) 若將  $\lambda$  固定為0.97，則表3與表4之TVP-VAR-SV模型對CPI預測之RMSE稍微增加，對GDP與民間消費預測之RMSE稍微下降，惟各期RMSE與動態調整  $\lambda$  下之差距並不太大。
- (註7) 本文亦曾嘗試採用完整的Minnesota先驗共變數矩陣(見Litterman (1986))，但預測績效並未改善。
- (註8) 自然共軛先驗為貝氏統計方法之專有名詞，指若假設殘差服從特定分配時，可以使待估參數的後驗分配存在解析解(analytical solution)的先驗分配。自然共軛意謂參數的先驗分配、樣本資料的概似函數與參數的後驗分配皆來自同一分配族(distribution family)。
- (註9) 自然共軛先驗BVAR模型與獨立常態-Inverse Wishart分配的BVAR模型之詳細描述請見Koop and Korobilis (2010)。
- (註10) 國發會景氣指標查詢系統提供的外銷訂單動向指數自2000年1月始有資料，因此以外銷訂單金額代替。

- (註11) 因為標準化屬於線性轉換(1984年Q1至2007年Q4期間各資料變數的平均數與變異數已固定)，雖然模型產生預測值為標準化的預測值，但可輕易進行去標準化還原，不會影響預測之過程。
- (註12) 用來比較的DSGE模型是作者使用台灣總體資料估計的小型開放經濟體DSGE模型，詳見余軒(2022)。
- (註13) 實質GDP與實質民間消費季增率在此三個時期出現負值。
- (註14) 固定資本形成在傳統預測上變動較大不易預測，2020年後因美中競爭下資金回流，台灣固定資本形成有較大變化，而CPI通膨亦在2020年Q1至2022年Q1有較大的變動。
- (註15) 遞迴式VAR模型對此4個變數的預測績效仍明顯地不及TVP-VAR-SV模型與BVAR模型，並未列出。
- (註16) TVP-VAR-SV模型相對BVAR模型的預測優勢可能來自三處，分別是迴歸係數矩陣的時變特質、波動性的時變特質與動態模型選擇。若關閉波動性的時變特質(但保留另外兩者)，表4中TVP-VAR-SV模型預測CPI通膨的RMSE稍微增加，但預測GDP的RMSE降低；可知波動性的時變特質對整體預測表現的影響較不確定。

## 參考文獻

### 中文文獻

- 余軒(2022)，「不同勞動市場摩擦下之動態隨機一般均衡模型的總體預測分析」，中央銀行季刊，第四十四卷第一期，頁29-66。
- 張哲豪(2013)，「匯率、股價與貨幣之時變動態關係實證分析—TVP-VAR-SV模型」，東吳大學經濟學系碩士論文。
- 陳俊廷、張勝凱(2010)，「運用時變參數向量自我迴歸模型探討貨幣政策之有效性」，經濟論文，第四十七卷第一期，頁31-73。

### 英文文獻

- Banbura, M., D. Giannone, and L. Reichlin (2010), "Large Bayesian Vector Auto Regressions," *Journal of Applied Econometrics*, 25(1), 71-92.
- Carriero, A., G. Kapetanios, and M. Marcellino (2009), "Forecasting Exchange Rates with a Large Bayesian VAR," *International Journal of Forecasting*, 25(2), 400-417.
- Cogley, T. and T. Sargent (2001), "Evolving Post-World War II U.S. Inflation Dynamics," *NBER Macroeconomic Annual*, 16, 331-388.
- \_\_\_\_\_ and \_\_\_\_\_ (2005), "Drifts and Volatilities: Monetary Policies and Outcomes in the Post WWII US," *Review of Economic Dynamics*, 8, 262-302.
- Dangl, T. and M. Halling (2012), "Predictive Regressions with Time Varying Coefficients," *Journal of Financial Econometrics*, 106(1), 157-181.
- Dieppe, A., R. Legrand, and B. van Roye (2016), "The BEAR Toolbox," Working Paper Series 1934, European Central Bank.
- Doan, T., R. Litterman, and C.A. Sims (1984), "Forecasting and Conditional Projection Using Realistic Prior Distribution," *Econometrics Review*, 3, 1-100.
- Kapetanios, G., M. Marcellino, and F. Venditti (2019), "Large Time-Varying Parameter VARs: A Nonparametric Approach," *Journal of Applied Econometrics*, 34(7), 1027-1049.

- Koop, G. (2013), "Forecasting with Medium and Large Bayesian VARs," *Journal of Applied Econometrics*, 28(2), 177–203.
- \_\_\_\_\_ and D. Korobilis (2010), "Bayesian Multivariate Time Series Methods for Empirical Macroeconomics," *Foundations and Trends in Econometrics*, 3(4), 267–358.
- \_\_\_\_\_ and \_\_\_\_\_ (2013), "Large Time-Varying Parameter VARs," *Journal of Econometrics*, 177, 185–198.
- Litterman, R. (1986), "Forecasting with Bayesian Vector Autoregressions-Five Years of Experience," *Journal of Business and Economic Statistics*, 4 (1), 25–38.
- Primiceri, G. (2005), "Time Varying Structural Vector Autoregressions and Monetary Policy," *Review of Economic Studies*, 72, 821–852.
- Raftery, A. K., M. Karny, and P. Ettler (2010), "Online Prediction under Model Uncertainty via Dynamic Model Averaging: Application to a Cold Rolling Mill," *Technometrics*, 52, 52–66.
- Sims, C. A. (1980), "Macroeconomics and Reality," *Econometrica*, 48 (1), 1–48.
- \_\_\_\_\_ (2001), "Comment on Sargent and Cogley's: 'Evolving Post World War II U.S. Inflation Dynamics'," *NBER Macroeconomic Annual*, 16, 373–379.

## 附錄 $y_t$ 與 $\beta_t$ 的共變異數與條件機率分配

推導  $y_t$  與  $\beta_t$  的共變異數如下：

$$\begin{aligned}
 \text{cov}(y_t, \beta_t' | y^{t-1}) &= E[(y_t - E(y_t | y^{t-1}))(\beta_t - E(\beta_t | y^{t-1}))' | y^{t-1}] \\
 &= E[(y_t - y_{t|t-1})(\beta_t - \beta_{t|t-1})' | y^{t-1}] \\
 &= E[(\mathbf{Z}_t \beta_t + \varepsilon_t - y_{t|t-1})(\beta_t - \beta_{t|t-1})' | y^{t-1}] \\
 &= E[(\mathbf{Z}_t \beta_t \beta_t' + \varepsilon_t \beta_t' - \mathbf{Z}_t \beta_t \beta_{t|t-1}' - \varepsilon_t \beta_{t|t-1}' - y_{t|t-1} \beta_t' + y_{t|t-1} \beta_{t|t-1}') | y^{t-1}] \\
 &= \mathbf{Z}_t E(\beta_t \beta_t' | y^{t-1}) - \mathbf{Z}_t E(\beta_t | y^{t-1}) \beta_{t|t-1}' - y_{t|t-1} E(\beta_t' | y^{t-1}) + y_{t|t-1} \beta_{t|t-1}' \\
 &= \mathbf{Z}_t [E(\beta_t \beta_t' | y^{t-1}) - E(\beta_t | y^{t-1}) E(\beta_t' | y^{t-1})] \\
 &= \mathbf{Z}_t \text{var}(\beta_t | y^{t-1}) \\
 &= \mathbf{Z}_t \mathbf{V}_{t|t-1}
 \end{aligned}$$

因此可得到給定  $y_{t-1}$  資訊下， $\beta_t$  與  $y_t$  的聯合機率分配(即正文式(14))。我們可推導  $\beta_t | y^t$  的條件機率分配如下。如果  $x_1$ 、 $x_2$  是常態隨機變數並且有以下的聯合常態機率分配：

則給定  $x_2$  下， $x_1$  的條件機率分配是：

$$\begin{aligned}
 x_1 | x_2 &\sim N(\mu_1 + \mathbf{\Sigma}_{12} \mathbf{\Sigma}_{22}^{-1} (x_2 - \mu_2), \mathbf{\Sigma}_{11} \\
 &\quad - \mathbf{\Sigma}_{12} \mathbf{\Sigma}_{22}^{-1} \mathbf{\Sigma}_{21})
 \end{aligned}$$

據此常態條件機率的性質，可由正文式(14)推導得式(15)。

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \sim N \left( \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma}_{11} & \mathbf{\Sigma}_{12} \\ \mathbf{\Sigma}_{21} & \mathbf{\Sigma}_{22} \end{bmatrix} \right)$$

# On the Prediction of Taiwan's Inflation and GDP Growth Rates with Time Varying Parameter Vector Autoregression

Yu, Hsuan\*

## Abstract

The linkage among macroeconomic variables may be affected by structural changes in the economy, causing difficulties in predicting key variables with VAR models. This study investigates the performance of the time-varying parametric VAR model with stochastic volatility in predicting the rates of economic growth and CPI inflation in Taiwan. As the literature indicates, the reason for incorporating stochastic volatility is that, if the model assumes homoscedasticity for simplicity, a change in the volatility of the residuals could be incorrectly attributed to a change in the inter-period linkage among variables, thus biasing the estimation of the regression coefficients. In particular, in order to reduce the bias of omitted variables, this study uses the model setting of Koop and Korobilis (2013) and adds more aggregate variables to the TVP-VAR-SV model to assess whether the time variation setting, combined with dynamic model selection design, improves the accuracy of CPI inflation and GDP growth forecasts.

This study finds that the TVP-VAR-SV model significantly outperforms the recursive VAR model in predicting the four key aggregate variables. Although recursive VAR is very fast to compute, it fails to achieve the desired prediction accuracy. If we compare the forecast performance of the TVP-VAR-SV model with that of the fixed-parameter Bayesian VAR model, the forecast performance of the TVP-VAR-SV model is better in general, with a significant advantage in forecasting CPI inflation and real fixed capital formation growth, while the forecast performance for GDP growth and private consumption growth is comparable to that of the Bayesian VAR model.

**Keywords:** time varying parameter VAR, Bayesian method, economic forecast.

**JEL classification code:** C11, C53, C55.

\* The views expressed in this paper are those of the author and do not necessarily reflect the position of the Central Bank of the Republic of China (Taiwan). Any errors or omissions are the responsibility of the author.