認定與預測台灣股市熊市*

徐婉容**

摘　要

本文使用金融市場、總體變數、情緒指標與技術指標等四類變數來預測台灣股市大盤（加權股價指數）未來一個月的狀態，並探討其對投資人與政策決策者的含意。不同於傳統的分類方式，吾將股市熊市區分為兩類，分別為（1）第一類熊市：熊市未伴隨股市盈餘緊縮；（2）第二類熊市：熊市伴隨股市盈餘緊縮。吾發現多數總體變數對兩類熊市的預測能力與方向並不相同，而第二類熊市與實質經濟面的變動有較緊密的關聯。為了處理大量的預測變數，除了主成份分析法（Principal Component Analysis）外，本文另採用偏最小平方迴歸法（Partial Least Square）來估計共同因子，並發現不同類的變數適用於不同的估計方式，而混和主成份分析法與偏最小平方迴歸法來萃取共同因子，可改善模型的預測能力。相較於傳統分類下的熊市預測模型，吾發現將股市分為3狀態之多元邏輯迴歸模型可提高對股市狀態的命中率，對投資人來說更具經濟價值。

* 本文初稿完成於民國108年2月，108年12月修正完稿。本文感謝兩位匿名審稿人，以及本行陳副總裁南光、林處長宗耀、林副處長淑華、蔡副處長炯民、吳副處長懿娟、李行委光輝、游研究員孝元、繆副研究員維正、經濟研究處同仁以及林馨怡教授於108年「總體金融與經濟情勢預測研討會」給予之寶貴意見，惟本文觀點為作者個人意見，與服務單位無關，若有任何疏漏或錯誤，概由作者負責。

** 作者為中央銀行經濟研究處副研究員。

壹、緒　論

股市風險溢酬可否預測，對於投資人與政策決策者具有很大的含義。對投資人而言，預測股市風險溢酬會影響其交易策略與投資組合選擇。對政策決策者而言，股市動向可能含有景氣循環相關訊息，可幫助決策者制定合適的政策以維持總體經濟的穩定或成長。目前已經有許多文獻探討股市風險溢酬的可預測性，例如Goyal and Welch (2008)、Campbell and Thompson (2008)、Rapach et al. (2010) 與Neely et al. (2014)等。然而，不同於預測股市風險溢酬，有些文獻轉而探討股市熊市的可預測性，如：Chen (2009)、Nyberg (2013)與Chen and Vincent (2016)等。

由歷史資料來看，股市熊市發生的頻率高於景氣衰退的頻率。Barro and Ursua (2009) 研究1869至2006年之間，30個國家股市崩盤與景氣蕭條之間的關係，發現給定股票市場崩盤下（年報酬率低於-25%或更差），景氣衰退（產出成長率低於-10%或更差）的機率只有22%。另外，由美國歷史資料來看，1962年美國股市的走跌並未對經濟活動有顯著的影響，同樣1987年股市崩盤也未伴隨景氣衰退發生。Fama (1981) 發現股市報酬在對產出的樣本內預測檢驗中，並沒有顯著的預測能力。Stock and Waston (1989, 2003)發現股價對產出的預測能力很差。最後，Samuelson在1996年的名言：「股票市場預測了9個經濟衰退中的最後5個」。這些文獻都顯示，股市熊市不一定會伴隨著經濟衰退，它可能是假警報。

有鑑於此，本文參照Hsu (2016)以股價現值模型的概念，將股市熊市區分為兩類。股價現值模型的概念是，目前股價的基本面價值等於預期未來因為該股票所產生的現金流量（如：股息或盈餘）折現總值，可表示如下：

$$P_t = \sum_{\tau=1}^{\infty} E(D_{t+\tau})/(1+r_{t+\tau})^{\tau}, \qquad (1)$$

其中，P_t 為股票在 t 期的價值，$E(D_{t+\tau})$ 為預期未來的現金流量，而 $r_{t+\tau}$ 為貼現率。由式（1）可知，股價下跌可能是由預期未來現金流量的縮減或是由貼現率的提高所造成。Campbell and Vuolteenaho (2004) 與 Campbell, Giglio, and Polk (2013)發現，由不同原因造成的股市波動對投資人的長期財富有非常不同的影響。由貼現率變化造成的股市波動通常是短暫的，而由現金流量變化所造成的股價波動通常對投資人產生較慘重的損失。

因此，本文將股市熊市區分為（1）第一類熊市：熊市未伴隨股市盈餘緊縮；（2）第二類熊市：熊市伴隨股市盈餘緊縮。首先，吾討論股市在牛市、第一類熊市與第二類熊市3種狀態下的實質經濟活動

表現，並發現兩類熊市與經濟活動有截然不同的互動關係。吾更進一步探討在區分股市熊市為兩類之下，對預測股市狀態能力的影響，及對投資人獲利的影響。

在認定股市狀態方面，學界與實務界對股市的牛市熊市定義並無普遍明確的共識。在認定方法方面，目前普遍採用的方法包含無母數分類法—Bry-Boschan (1971)法則，與參數法—馬可夫轉換法。Bry-Boschan法則是透過列舉幾項法則來選定一時間序列變數循環的高峰谷底。此方法的優點在於認定方式較為透明，但缺點是在認定時點上較有延遲。而馬可夫轉換法是假定該時間序列變數由某種資料生產函數（data generating function）產生之下，依資料的平均數與變異數作為區分狀態的標的。此方法的優點在於可以較早認定出狀態轉變的時點，但缺點在於此方法所認定的狀態易受模型假設錯誤（misspecification）以及樣本期間選定的影響。

本文採用修改過的Bry-Boschan法則來認定股市狀態，其原因之一是Harding and Pagan (2003)研究顯示Bry-Boschan法則為認定總體變數收縮或擴張狀態的較佳方法。Pagan and Sossounov (2003)亦建議使用Bry-Boschan法則並進一步修改使其能更適用於認定資產價格狀態的轉折點。Chen (2009)、Nyberg (2013)、Candelon et al. (2014)、李偉銘、吳淑貞、黃啟泰 (2015)、Chen and Vincent (2016)同樣採用此方法來認定股市狀態。另外，本文在認定股市狀態上，除了考慮股價的變動外，也考慮股市盈餘的變化，因此本文的股市狀態非由單一股價變數所決定，不適用於普遍常見的單變量馬可夫轉換模型。

吾分析發現，台灣股市第一類熊市發生的頻率很低，且經濟活動無明顯對應的衰退現象；而在第二類熊市狀態下，經濟活動多呈緊縮，短期內也通常伴隨著景氣衰退發生。因此，對政策決策者來說，辨認兩類熊市應是重要的訊息。吾採用多元邏輯迴歸模型（multinomial logit model）來預測股市狀態，並與雙元邏輯迴歸模型（binary logit model）做比較。

在選定預測變數上，使用大量變數資訊做經濟預測是目前學術與實務上的趨勢。參考Chen and Vincent (2016)，本文考慮了四類變數，包含金融變數、總體變數、投資人情緒指標與技術指標。其中，金融變數與總體經濟變數的選擇係參考股市風險溢酬預測之文獻Goyal and Welch (2008)，及預測股市熊市之文獻Chen (2009)、Nyberg (2013)與Candelon et al. (2014)。另外，根據資產定價理論，股票風險溢酬變動的重要來源之一是總體經濟風險的變動，因此能夠預測景氣衰退風險的變數或許也能提供股市未來狀態的資訊（Fama and French, 1989; Campbell and Cochrane, 1999; Cochrane, 2007）。Berge

(2015)與Owyang et al. (2015) 發現就業市場的表現可以大幅改善景氣循環預測的短期表現，因此也納入本文預測變數之中。

此外，台灣股市有偏高的週轉率，投資者可能偏向短線操作，技術性指標[註1] 可能預測股市動向。實務上，許多證券經紀商以技術指標為依據來建議投資標的，如Schwager (1993、1995)，Covel (2005) 與Faber (2007) 指出技術指標可改善股市投資策略績效。Chen and Vincent (2016) 發現當市場趨勢指標 (momentum indicator) 與投資人情緒（investor sentiment）變數加入預測模型後，大多數經濟變數喪失其預測能力。尤其台灣股市屬於個別自然人居多的淺碟型市場[註2]，投資人的情緒可能影響股票市場動態。周賓鳳、張宇志、林美珍 (2007)、蔡佩蓉、王元章、章眾卓 (2009)及張森林、葉宗穎 (2011)也都發現當期的投資人情緒指數對下期股票報酬率具有預測能力。因此，技術指標及投資人情緒指數[註3] 也涵蓋在本文考慮的預測變數之內。另外台灣為小型開放市場，國際資金的流動可能同時影響外匯與股票市場，因此也將匯率價格納入預測變數之中。

基於以上文獻，本文考慮的預測變數繁多，達49個，加上許多變數之間具有高度相關性，為了處理高維度預測變數與高度相關問題，文獻上的處理方式可大致分為兩類：一類採事前檢驗的方式先過濾出較具預測能力的變數後，再把過濾出的變數加入預測模型中，因此模型只使用部分變數所包含的資訊做預測。而另一類處理方式是從所有變數所包含的資訊萃取出共同因子，然後使用共同因子做預測。吾採用第二類處理方式，即使用全部變數所包含的資訊萃取出共同因子做預測。

吾考慮兩種因子模型估計方法，分別為：（1）主成份分析法 (Principal Components Analysis, PCA)；（2）偏最小平方迴歸法（Partial Least Square, PLS）。萃取共同因子的方法很多，而主成份分析法是最被廣泛使用的（如：Stock and Watson, 2002a；Forni et al., 2000、2005）。然而文獻上對主成份分析法主要的批評是，其估計方法與目標變數（欲預測的變數）並沒有直接的關聯性，也就是說，此法萃取出的共同因子可能有一部分與目標變數沒有關係。另一方面，偏最小平方迴歸法，最早由Wold (1966)所提出，而後Kelly and Pruitt (2013, 2015)使用三迴歸過濾法（three-pass regression filter）將此法更進一步延伸。此方法最大的特點是，在萃取共同因子時，解釋變數與目標變數的關聯性是考慮在內的。在此方法下，與目標變數較相關的因子會被萃取出來，而其他廣泛存在預測變數中但與目標變數不相關的因子則會被捨棄，因此可彌補前述主成份分析法的缺點。Huang et al. (2015)、 Fuentes et al. (2015)、 Groen and

Kapetanios (2016) 均使用偏最小平方迴歸法來改善模型預測能力。

吾分析發現不同類的預測變數適用不同的共同因子萃取方式，而大多數的預測變數在偏最小平方迴歸法下，可萃取出與股市狀態較相關的因子，得到較佳的預測表現。相較於傳統股市二分下的預測模型，本文的多元邏輯預測模型在樣本外預測下對第二類熊市與牛市均有較高的命中率，在虛擬即時（pseudo real-time）分析下雖然其預測精確度稍受影響，但仍對投資人較具經濟價值。

目前國內文獻中與本文最相近的研究為李偉銘、吳淑貞、黃啟泰 (2015)。該文依傳統方式將台股大盤與8大類股市分為熊市與牛市兩狀態，使用金融指標與總體指標等9個變數預測股市狀態，並強調各指標預測大盤或各類股狀態的能力。該文依實證結果描述預測指標對政府政策與投資決策者之意含，惟多數缺乏具體實證。因此相較於過去文獻，本文貢獻可分為4個層面。首先，不同於傳統股市狀態2分法（熊市與牛市）下的認定方式，本文將台股大盤的熊市又進一步區分為第一類熊市第二類熊市，並發現第二類熊市與實體經濟活動及景氣循環變動有較緊密的關係。第二，在預測變數選擇上，國內股市預測文獻大多使用單一類別或是少數幾個變數做為預測變數。本文考慮多類及多個變數的資訊，並應用因子模型萃取出共同因子以解決高維度預測變數問題。在萃取共同因子方面，除了常用的主成份分析法外，另考慮偏最小平方迴歸法以萃取出與股市狀態較相關的因子，並於樣本內及樣本外實證中發現，混合主成份分析法與偏最小平方迴歸法的分類因子模型在短期下（未來1個月）的預測能力最佳。最後，除了本文的預測模型（多元邏輯迴歸模型）外，傳統股市二分法下的雙元邏輯迴歸模型也納入分析，並比較各模型對投資者的經濟價值。

本文後續章節的內容如下：第貳節介紹如何認定股市的3種狀態。第參節分析在各狀態之下，經濟活動的變動及與景氣循環的關聯性。第肆節介紹使用的變數、預測模型、估計方法、樣本內與樣本外預測，與衡量預測表現之方法。第伍節探討預測模型對投資人的經濟價值。第陸節檢驗模型在即時分析下的預測能力以作為穩健性檢定。第柒節為結論。

貳、股市狀態認定

不同於文獻與實務上普遍僅將股市分為牛市與熊市，本文將熊市進一步分為第一類與第二熊市，因此將股市區分為3種狀態。認定的步驟如下：（1）將股市大盤價格與其現金流量兩時間數列，各區分為擴張與緊縮狀態。（2）根據熊市（股市價格為緊縮狀態）是否伴隨現金流量呈緊縮狀態，將熊市進一步區分為第一類與第二類熊市。

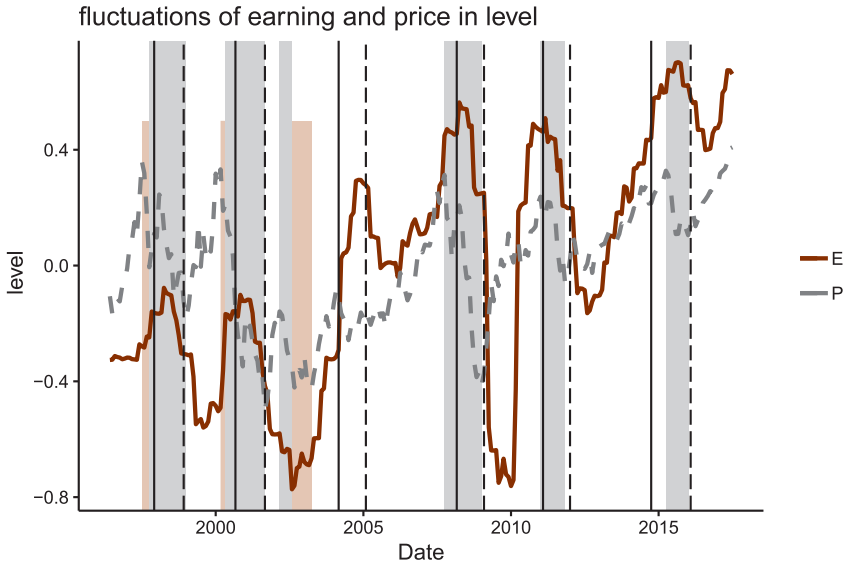
一、認定股市與其現金流量的擴張與收縮狀態

本文以台灣加權股價指數（大盤）為衡量股市的指標，並以大盤每股盈餘 (EPS)為衡量現金流量的指標[註4]。首先參考Pagan and Sossounov (2003)及Claessens et al. (2012)的作法以修改過後的Bry-Boschan法則來認定股價指數與每股盈餘兩時間序列各自的擴張與緊縮狀態(即兩變數在每個時點下可被認定為處於擴張或是緊縮狀態)。概念上，吾採用的Bry-Boschan法則是透過一個兩端各6個月的視窗（two-side window）找出一時間序列變數的局部（local）高峰與谷底轉折點，並設定一組設限法則（censoring rule）[註5] 來認定此時間數列變數的擴張與收縮狀態。在此階段，吾認定出的股價擴張狀態即為牛市，而股價緊縮狀態即為熊市。

二、將熊市區分為兩類熊市

在第2階段，吾比較股價與每股盈餘兩時間數列的擴張與收縮狀態。為了與Bry-Boschan法則一致，且考量股價現值模型中股價是反應預期未來的現金流量變化，吾以股市被判定為緊縮狀態下，6個月內，每股盈餘是否也出現過緊縮狀態為區分標準。也就是說，若股價在某一時點被認定為熊市（緊縮）狀態，則從該時點到未來6個月之內，只要有一個時點每股盈餘也呈緊縮狀態，則該時點的熊市就被認定為「第二類熊市」，否則就被認定為「第一類熊市」。圖1是全樣本期間下所認定出股市牛市、第一類與第二類熊市。樣本期間從1996年6月至2017年7月，共254個月資料樣本點[註6]。

圖1　股市3狀態



註：灰色長陰影代表第二類熊市，粉色短陰影為第一類熊市。紅色實線代表大盤每股盈餘，藍色虛線代表大盤價格。黑色垂直實線為國發會認定之景氣峰點；黑色垂直虛線則為國發會認定之景氣谷點。

表1　股市3狀態敘述統計

	占全樣本% (obs)	股市報酬 平均數	股市報酬 標準差	平均持續期間 (月)	6個月內 發生景氣衰退(%)
牛市	67.3 (171)	2.36	5.34	25.5	23.4
第一類熊市	5.1 (13)	-3.84	8.56	4.33	38.5
第二類熊市	27.6 (70)	-3.43	7.50	11.67	91.4

由圖1可知，在全樣本期間內，共有6個第二類熊市與3個第一類熊市，第一類熊市出現的頻率明顯較低，且2002年之後不再出現。表1為股市3狀態下的敘述統計，其中牛市所占比例最高（67.3%）、平均持續期間最長（25.5月）、報酬平均值最高也最平穩（標準差最小）。相反的，第一類熊市所占比例最低（5.1%）、平均持續期間最短（4.33月）。特別的是，比較兩類熊市，除了第二類熊市持續期間較長（11.67月），兩者在報酬平均數與標準差的差異並不大，這也是本文採用無母數分類法而不採馬可夫轉換法的其中一原因[註7]。另外，文獻上採單變量馬可夫轉換法區分股市狀態的作法，只單從股價報酬本身的動態來估計股市狀態，無法考慮股價基本面資訊（如：每股盈餘）對股市狀態的影響。因此，即使可以透過馬可夫轉換法將股市狀態區分為3類，每類的經濟含意仍難以被解釋。

雖然在兩類熊市狀態下，股市報酬的動

態無太大差異，但與景氣循環的關係卻截然不同。表1最後一欄顯示各股市狀態下發生經濟衰退的比例[註8]。值得注意的是，即使股市處於牛市狀態，也有23.4%的比例發生經濟衰退（如2004年3月至 2005年2月及2014年10月至2015年4月）。另外，第一類熊市與第二類熊市伴隨經濟衰退的比例也有很大的差異（38.5%相對91.4%）。下個章節，吾以更多具景氣循環代表的經濟指標，探討第一類與第二類熊市與經濟活動的互動關係。

參、實質經濟活動在不同股市狀態下之表現

根據Campbell and Vuolteenaho (2004)與Campbell, Giglio and Polk (2013)的發現，股票報酬變動是由現金流量的衝擊（cash flow news）所驅動或是由貼現率的衝擊（discount rate news）所驅動，其所伴隨的實質經濟狀態是很不同的。本文考慮了5個經濟指標包含：實質海關出口值、工業生產指數、同時指標不含趨勢指數、製造業銷售量指數與非農業部門就業人數[註9]。為了衡量經濟指標的變化，本文參考Claessens et al. (2012)計算各經濟指標在股市3狀態下的平均振幅（A）與平均累積損失（CL），其中平均振幅表示在牛市或第一類/第二類熊市狀態下該經濟指標於轉折點間的變化[註10]，而平均累積損失主要衡量在第一類/第二類熊市狀態下該經濟指標的累積變化。表2為計算結果。

表2　經濟指標於股市3狀態下之變化

	股價指數		每股盈餘		工業生產指數		實質海關出口值		製造業銷售量指數		非農就業人數		同時指標不含趨勢	
	A	CL	A	CL	A	CL	A	CL	A	CL	A	CL	A	CL
牛市	0.26		-0.22		2.15		0.16		0.12		0.01		0.07	
第一類熊市	-0.17	-0.27	0.18	0.41	-0.23	-0.82	0.05	0.12	0.01	0.04	0.01	0.02	0.00	0.00
第二類熊市	-0.39	-2.29	-0.17	-0.23	-1.28	-7.97	-0.10	-0.19	-0.09	-0.47	0.00	0.06	-0.09	-0.41

首先，每股盈餘的變動如本文的定義與認定方式，在第一類熊市與第二類熊市分別呈現擴張與收縮現象。而經濟指標中，在第一類熊市狀態下，只有工業生產指數呈現稍微下跌，其他的指標則仍呈正向擴張或無明顯波動。在第二類熊市狀態下，除了非農業部門就業人數無明顯動向外[註11]，其他指標均呈明顯下跌。因此，雖然第一類熊市出現的頻率很低，但有鑑於實質經濟活動在兩類熊市狀態下有截然不同的反應，吾認為有必要將熊市做區分，預測股市於分別於3狀態下的機率。下個章節，吾將建構股市狀態預測模型，並檢驗其樣本內與樣本外的預測表現。

肆、預測股市狀態

一、預測模型

本文以多元邏輯迴歸（分3類）模型（以M1模型表示）對股市狀態做預測。由於預測變數對於不同股市預測區間的預測能力往往不同，適用的預測模型也會隨著不同預測區間而改變，因此本文聚焦於對未來一個月的股市狀態做預測。不同於雙元分類模型，衡量多元分類模型的預測表現是計算一對多（one-vs-all）的預測表現，即需計算（1）第一類熊市 vs 其他狀態、（2）第二類熊市 vs 其他狀態，與（3）牛市 vs 其他狀態的預測表現。然而，因本文實證資料無法計算樣本外第一類熊市 vs 其他狀態的表現[註12]，因此只計算（1）第二類熊市 vs 其他狀態與（2）牛市 vs 其他狀態的預測表現。此外，為了探討多元分類模型的必要性，本文另外以兩個雙元邏輯迴歸模型估計（1）第二類熊市 vs 其他狀態（以M2模型表示），與（2）牛市 vs 其他狀態（以M3模型表示）作為比較，其中M3模型即為傳統股市二分法下的預測模型。

(一) 多元邏輯迴歸模型

吾以3狀態的多元邏輯迴歸模型估計股市未來各期處各3狀態下的機率，並以 $j = 0,1,2$, 分別代表牛市、第一類熊市與第二類熊市狀態。以 y_{t+1}^{M1} 代表股市未來一個月的狀態，則給定預測變數 x_t 及設定牛市為基準狀態（base state）下，在 t 期預測未來1個月股市處於兩類熊市的期望機率為：

$$P_{j,t+1|t}^{M1} = P_t(y_{t+1}^{M1} = j)$$

$$= \frac{\exp(x_t'\beta_j^{M1})}{1+\sum_{i=1}^{2}\exp(x_t'\beta_j^{M1})}, j = 1,2 \quad (2)$$

其中 $j = 1$ 代表第一類熊市，$j = 2$ 代表第二類熊市，而位於牛市的期望機率為：

$$P_{0,t+1|t}^{M1} = P_t(y_{t+1}^{M1} = 0) = \frac{1}{1+\sum_{i=1}^{2}\exp(x_t'\beta_j^{M1})} \quad (3)$$

模型以最大似法估計出參數 $\widehat{\beta_j^{M1}}$，得到股市處於各狀態下的期望機率。由於多元邏輯迴歸模型下，係數 β_j^{M1} 無法被直接解釋，要瞭解預測變數對股市各狀態機率的影響，可以計算預測變數的邊際效果（Marginal Effects）：

$$\frac{\partial \ln P_{ij}^{M1}}{\partial x_i} = P_{ij}^{M1}(\beta_j^{M1} - \sum_{l\neq j} P_{il}^{M1}\beta_l^{M1})$$

即預測變數 x_i 對狀態 j 機率的影響方向是依 $(\beta_j^{M1} - \sum_{l\neq j} P_{il}^{M1}\beta_l^{M1})$ 的正負值決定，若對狀態 j 的係數 β_j^{M1} 大於對其他狀態係數的加權平均（以其他各狀態的機率為權重），則有正的邊際效果，反之，則有負的邊際效果。

(二) 雙元邏輯迴歸模型

為了衡量多元邏輯迴歸模型（M1模型）的預測表現，本文另外估計了（1）第二類熊市 vs 其他狀態（M2模型）與（2）牛市 vs 其他狀態（M3模型）兩種雙元邏輯迴

歸模型。M2與M3模型設定如下：

$$P_{t+1|t}^{k} = P_t\left(y_{t+1}^{k} = 1\right)$$

$$= \frac{\exp(x_t'\beta^k)}{1+\exp(x_t'\beta^k)}, k = \mathrm{M2}, \mathrm{M3} \quad (4)$$

其中，$P_t\left(y_{t+1}^{k} = 1\right)$ 在模型M2、M3分別代表未來一個月股市狀態處於第二類熊市與牛市的機率。模型以最大似法估計出參數 $\widehat{\beta^k}$，得到未來股市處於第二類熊市與非第二類熊市（M2模型）或是牛市與非牛市（M3模型）的期望機率。

(三) 預測變數與因子模型

本文所考慮的預測變數為月資料，包含金融變數、總體變數、情緒指標與技術指標，全樣本期間從1996年6月至2017年7月。變數名稱、資料來源與變數調整方式說明於附錄1之表1.1與表1.2。依Goyal and Welch (2008)，吾考慮的金融變數包含：現金殖利率、股息支付率、股價淨值比、股市報酬、股市報酬變異等。參考Resnick and Shoesmith (2002) 、Chen (2009)與Nyberg (2013)，將期間利差（term spread）與債　市場長短期利率也納入考慮。另外，考量台灣為小型開放經濟體，股市易受國際資金流動影響，因此將國內外長短期利差、名目及實質有效匯率及外匯交易量也納入考慮。Chen (2009) 、Nyberg (2013)指出總體變數，包含通膨率、M1B及M2成長率、失業率、工業生產指數等，可能具預測股價溢酬的資訊。再者，根據資產定價理論，股市溢酬變動的主要來源之一是總體經濟風險的變化。Schularick and Taylor (2012)、 Jorda, Schu-larick, and Taylor (2013)指出快速的銀行信用擴張可能造成經濟下行風險，因此吾也將消費者貸款、全體銀行放款等變數加入。此外，台灣股市屬於個別自然人居多的淺碟型市場，因此參考Baker and Wurgler (2006)，將股市週轉率、IPO家數、放空比率、融資比率、融　比率等可能代表投資人情緒變數加入本文考慮的預測變數內。最後，考慮實務上普及使用的技術性指標，參考Neely et al. (2014) ，吾將台灣股市14個技術性指標[註13] 納入預測變數之內。為避免預測變數具有單根而造成虛假迴歸的問題，吾採用ADF (Augmented Dickey-Fuller)與PP (Phillips-Perron)檢定來判斷是否具有單根，其檢定結果亦列於附錄1。結果顯示雖部份變數其一階自我相關係數較高（附錄1，表1第8列），但所有的變數均拒絕ADF與PP檢定之虛無假設，故皆不具單根。

由於本文所考慮的預測變數可分為4類，共多達49個，因此使用兩種適用於大量解釋變數的因子模型估計法：第1種為主成份分析法（PCA），第二種為偏最小平方迴歸法。Stock and Watson (2002a)與Bai (2003)指出在資料的特徵成份（idiosyncratic components）與共同因子（common components）的結構有些許假設下，PCA可以萃取出無法直接觀察但可解釋龐大變數

之間變異的共同因子。此方法已被廣泛應用在許多總體預測文獻 (Stock and Watson, 2002a,b, 2006)。然而，Boivin and Ng (2006) 指出，在龐大的預測變數中可能只有少數因子（或某些變數）對目標變數（欲預測的變數）具有預測能力，而PCA單純是萃取出可以解釋龐大解釋變數之共變異數（variance-covariance）的因子，而不考慮解釋變數與目標數的相關性。因此，原本在小型解釋變數模型中具有預測能力的因子，在龐大解釋變數之下，可能反而被其他與目標變數無關的因子稀釋掉。這現象可能解釋為什麼一些實證研究，將預測變數集（dataset）擴大時，預測能力反而下降，或是一些文獻發現將龐大解釋變數區分為小組後（如：做市場區分），可以得到較佳的預測能力。Onatski (2012)與Groen and Kapetanios (2016)也指出當預測變數間的因子結構較弱時（weak factor structure），PCA可能無法有效萃取出與目標變數相關的因子。

有鑑於此，本文另外考慮了一種目前文獻上較少使用的方法—偏最小平方迴歸法（PLS）。與PCA很不同的是，PLS是萃取出可以解釋目標變數與預測變數之共變異數的因子。換句話說，在此方法下，預測變數與目標變數彼此的關聯性會影響到所萃取出的共同因子，因此可改善PCA之下只考慮預測變數之間共變性（co-movement）的缺點。吾參考Huang et al. (2015)用以下模型解釋PLS的概念[註14]：

假設 y_{t+1} 為目標變數，X_t 為預測變數。在因子模型的概念之下，假設目標變數的條件期望值可被共同因子所解釋，而有以下的關係：

$$E_t(y_{t+1}) = \alpha + \beta f_t, \tag{5}$$

而 f_t 是無法觀察到的共同因子。目標變數的實際值等於條件期望值加上不能被預測的誤差項。

$$\begin{aligned} y_{t+1} &= E_t(y_{t+1}) + \varepsilon_{t+1}, \\ &= \alpha + \beta f_t + \varepsilon_{t+1}, \end{aligned} \tag{6}$$

設 $X_t = (x_{1t,} \cdots x_{Nt})'$ 代表 $N \times 1$ 在 t 期 $(t = 1, \cdots T)$ 的預測變數向量。假設 $x_{it}(i = 1, \cdots, N)$ 有以下因子結構：

$$x_{i,t} = \eta_{i,0} + \eta_{i,1} f_t + \eta_{i,2} z_t + e_{i,t},\ i = 1, \cdots N, \tag{7}$$

其中 f_t 是與預測 y_{t+1} 相關的因子，$\eta_{i,1}$ 是因子負荷量（factor loading），描述預測變數對因子變動的敏感度，z_t 是與目標變數無關的共同因子，而 $e_{i,t}$ 是變數 i 的特徵噪音（idiosyncratic noise）。PLS的主要概念是，透過以上的模型結構有效的估計出 f_t，並同時過濾掉共同因子 z_t 與各變數的特徵噪音 $e_{i,t}$。然而在PCA之下，其估計方式是找出一可以有效解釋 $x_{i,t}$ 間共變異數的 $x_{i,t}$ 線性組合，因此無法區分 f_t 與 z_t。尤其當 z_t 的變動越大時，其在PCA估計下所占的比重越高，因此可能使得PCA估計出的共同因子無法顯著預測目標變數。為解決此問題，Kelly

and Pruitt (2013, 2015)延伸Wold (1966)之PLS法，希望能更有效萃取出 f_t 並過濾掉 z_t。不同於PCA，PLS是選擇一可以有效解釋 $x_{i,t}$ 與 y_{t+1} 共變異數的 $x_{i,t}$ 線性組合。Kelly and Pruitt (2013, 2015)的方法為三迴歸過濾法（three-pass regression filter, 3PRF），其步驟是執行三階段OLS迴歸估計：在第一階段，先估計 N 條時間序列迴歸式。也就是每個預測變數 $x_{i,t}$ 對 y_{t+1} 做迴歸，

$$x_{i,t} = \pi_{i,0} + \pi_{i,1} y_{t+1} + u_{i,t}, \quad t = 1, \cdots T \tag{8}$$

由式（6）與式（7）可知，因為預測變數 $x_{i,t}$ 是透過 f_t 與 y_{t+1} 產生關聯。藉由 y_{t+1}，$\pi_{i,1}$ 捕捉到每個預測變數 $x_{i,t}$ 對 f_t 的敏感度。在第二階段，再估計 T 個橫斷面（cross-section）迴歸式。也就是在每一期 t，$x_{i,t}$ 對式（8）估計出的 $\hat{\pi}_{i,1}$ 做迴歸，

$$x_{i,t} = c_t + f_t^{PLS} \hat{\pi}_{i,1} + v_{i,t}, \quad i = 1, \cdots, N \tag{9}$$

式（9）中的 f_t^{PLS} 即為與目標變數相關的因子。最後第三階段，以 y_{t+1} 對 f_t^{PLS} 做迴歸，得到 $\widehat{y_{t+1}}$。本文的PLS估計法即參照Kelly and Pruitt (2013, 2015) 來估計相關的共同因子[註15] 用於股市狀態的預測模型之中。

(四) 衡量指標

在樣本內預測檢定中，吾先檢驗個別變數的預測能力及各變數對股市未來處於第一類熊市、第二類熊市與牛市機率的邊際影響效果，並比較其在傳統股市二分法（即M3模型）下的估計結果是否不同。接著，吾以因子模型檢驗其是否能提高個別變數模型的預測能力，並探討不同因子萃取方式對不同類別的變數是否有相似的效果。最後進行樣本外預測，檢驗因子模型在提升預測能力上是否與樣本內的結果一致。

上述檢驗中，在樣本內預測衡量方面，主要是檢視各模型的配適度，即計算 Pseudo_R^2 與Schwarz Information Criterion (BIC) 值，並以BIC來選擇表現最好的預測模型以進行樣本外預測。吾以Estrella and Mishkin (1998)之方式計算 Pseudo_R^2：

樣本內

$$\text{Pseudo_R}^2 = 100 \times \left(1 - \left(\frac{\log L_u}{\log L_r}\right)^{-\left(\frac{2}{T}\right)\log L_r}\right),$$

其中 L_u 與 L_r 分別為概似函數在無限制模型與限制模型下的值[註16]。樣本外預測方面，本文是以每期增加一個樣本點遞迴的方式做樣本外預測。在衡量預測表現上，吾計算樣本外預測模型的配適度：

樣本外

$$\text{Pseudo_R}^2 = 100 \times \left(1 - \left(\frac{\sum_{t=R}^{T-1} \log L_u}{\sum_{t=R}^{T-1} \log L_r}\right)^{-\left(\frac{2}{P}\right)\sum_{t=R}^{T-1} \log L_r}\right),$$

其中R代表起始的樣本內參數估計時點[註17]，而 $P = T - R$。不同於樣本內 Pseudo_R^2，樣本外 Pseudo_R^2 值不再介於0與1之間，但如同Campbell and Thompson (2008)與Chen (2009)，此統計量仍可提供有用的資訊，衡量模型的預測表現。

在樣本外預測表現下，除了以模型配適

度來衡量預測能力，吾也以模型對未來一個月股市狀態的分類能力做衡量。由於多元邏輯迴歸模型（M1模型）是計算未來一個月股市於各狀態下的機率值，吾用以下法則來決定M1模型對未來一個月股市狀態的分類預測：

$$\rho_t = P_t\left(\widehat{y_{t+1}^{M1}} = 1\right) + P_t\left(\widehat{y_{t+1}^{M1}} = 2\right)$$

$$y_{t+1}^{M1} = \begin{cases} 0 & if\ \rho_t < C \\ 1 & if\ \rho_t \geq C\ and\ P_t\left(\widehat{y_{t+1}^{M1}} = 1\right) \geq P_t\left(\widehat{y_{t+1}^{M1}} = 2\right) \\ 2 & if\ \rho_t \geq C\ and\ P_t\left(\widehat{y_{t+1}^{M1}} = 1\right) < P_t\left(\widehat{y_{t+1}^{M1}} = 2\right) \end{cases} \tag{10}$$

其中 為判定門檻值介於0與1之間，吾以Youden Index[註18] 來決定模型的最適門檻值。如同前文所提，因本文實證資料限制，只計算M1模型對下列兩種情況的分類能力：（1）第二類熊市vs其他狀態；（2）牛市vs其他狀態。此外，吾另估計相對應的兩種雙元邏輯迴歸模型M2與M3以作為比較。

衡量指標上，吾計算各預測模型分類的準確率（Accuracy, ACC）、命中率（Hitting Rate, HR）與精確率（Precision Rate, PR），其計算方式如下：

$$\text{ACC} = 100 * \frac{\text{正確預測發生次數 (TP)} + \text{正確預測未發生次數 (TN)}}{\text{總預測次數} = \text{實際發生次數(P)} + \text{實際未發生次數(N)}},$$

$$\text{HR} = \frac{\text{正確預測發生次數 (TP)}}{\text{實際發生次數(P)}},$$

$$\text{PR} = \frac{\text{正確預測發生次數 (TP)}}{\text{正確預測發生次數 (TP)} + \text{錯誤預測發生次數 (FP)}}。$$

需注意的是，在多元邏輯迴歸模型下，均先以式（10）決定未來股市狀態，然後才依（1）第二類熊市 vs 其他狀態；（2）牛市 vs 其他狀態，計算各衡量指標。在雙元邏輯迴歸模型下，同樣以Youden Index作為門檻值，來決定對股市狀態的判斷。

二、樣本內預測

首先吾以全樣本來做樣本內預測分析，樣本期間從1996年6月到2017年7月。 表3代表以各變數為單一預測變數對未來一個月股市狀態預測（h = 1）的結果。表3左半部代表在多元邏輯迴歸模型（M1模型）的結果，而右半部則是傳統股市二分法下的雙元邏輯回歸模型（M3模型）的結果。除了係數估計值外，表3也列出在M1模型下各變數對股市狀態為牛市、第一類熊市與第二類熊市機率的邊際效果（ME^{M1}_0、ME^{M1}_1 與 ME^{M1}_2），及M3模型下各變數對股市狀態為熊市的邊際效果（ME^{M3}_1）。

由表3，在多元邏輯迴歸模型（M1）下，可看出各變數對未來一個月出現第一類熊市與第二類熊市的影響不盡相同。金融變數中，多個利率與匯率變數，如：重貼現率、金融業隔拆利率、商業本票次級市場利率、期間利差，及名目、實質有效匯率均會顯著影響第二類熊市出現的機率，但對第一類熊市的影響則不顯著且多為相反方向。而總體變數中，少數變數如：失業率、外銷訂單指數、消費者物價指數等，會顯著影響第二類熊市出現的機率，但對第一類熊市的影響則不顯著且方向相反。此結果可呼應第參節實證結果中，第二類熊市與景氣衰退有較緊密的關聯性，也與國內外多數文獻[註19] 中發現利率市場、就業市場情況與匯率具顯著預測短期景氣循環或股市狀態的實證結果一致。情緒指標中，市場週轉率與融資變動率，分別顯著影響第一類熊市與第二類熊市出現的機率。最後，技術指標中，有多個指標同時顯著預測第一類熊市與第二類熊市，尤其 Pseudo_R^2 值明顯高於其他類變數，14個技術指標中有7個超過10％，相較於其他35個變數中，只有期間利差、落後期股價與報酬變異3個變數的 Pseudo_R^2 超過10%。此結果也與國外文獻一致[註20]。整體而言，具有顯著預測能力變數對第二類熊市機率的影響力大於第一類熊市機率，除了技術指標普遍影響力較大外，利率與失業率變數對第二類熊市機率也有較高的影響力。

比較M3模型與M1模型下的估計結果，可發現M3模型下的參數估計值及邊際效果均較接近M1模型下對第二類熊市的估計值。由此可推論，在傳統股市二分法之下，模型對第一類熊市的預測能力可能較受限制。

由表3可知有多個變數具有樣本內預測能力，為解決高維度變數的問題，以下吾使用因子模型萃取出共同因子的方式來預測未來股市狀態。首先，分別以PCA及PLS萃取單一類別變數的共同因子[註21] 在多元邏輯迴歸模型（M1）下的樣本內預測結果列於表4。由表4可知，使用因子模型可顯著提高單一變數下的預測表現，尤其金融變數於因子模型下的改善最為明顯[註22]。比較PCA與PLS兩種估計法，可看出除了技術指標外，PLS可提高其他三類變數的預測表現，尤其是總體變數的改善，顯示PLS可萃取出與目標變數較相關的共同因子。然而，技術指標在PLS之下反而表現較差，推測是因為此類變數有較強的因子結構（strong factor structure），且與目標變數相關的因子也解釋絕大部分技術指標間的共同變異所致[註23]。

表3　單一預測變數樣本內預測

變數 \ 模型		M1							M3			
		第一類 Coeff	第二類 Coeff	Pseudo_R^2 (%)	BIC	ME^{M1}_0 (%)	ME^{M1}_1 (%)	ME^{M1}_2 (%)	Coeff	Pseudo_R^2 (%)	BIC	ME^{M3}_1 (%)
金融變數	重貼現率	2.067	**-3.685**	3.52	405.429	61	14.8	-75.8	**-3.068**	2.36	325.28	-67.4
		(-0.549)	**(-2.681)**						**(-2.341)**			
	金融業隔拆利率	-0.748	**-2.105**	2.87	407.087	41.2	-0.7	-40.4	**-1.886**	2.61	324.653	-41.2
		(-0.478)	**(-2.501)**						**(-2.364)**			
	商業本票次級市場利率1-30天期	0.413	**-2.15**	3.07	406.57	37.9	5	-42.9	**-1.637**	2.01	326.169	-35.9
		(-0.325)	**(-2.542)**						**(-2.113)**			
	商業本票次級市場利率31-90天期	1.818	**-2.748**	4.32	403.369	44.4	12	-56.4	**-1.878**	1.93	326.37	-41.2
		(-1.185)	**(-2.814)**						**(-2.129)**			
	10年公債利率	**-4.048**	**-3.077**	5.68	399.851	69.9	-14.3	-55.7	**-3.23**	5.57	317.075	-70.2
		(-2.445)	**(-3.203)**						**(-3.498)**			
	期間利差(10年期公債減31-90天期)	**-0.986**	**-1.22**	11.3	385.172	25.4	-3.2	-22.2	**-1.183**	11.28	302.364	-25.5
		(-2.248)	**(-4.768)**						**(-4.797)**			
	國內外短期利差	1.937	1.034	1.7	410.054	-25.7	7.6	18.1	1.188	1.49	327.495	26.1
		(-1.695)	(-1.574)						(-1.916)			
	國內外長期利差	0.839	0.57	0.36	413.474	-13.5	3.3	10.2	0.613	0.34	330.392	13.5
		(-0.608)	(-0.819)						(0.933)			
	現金殖利率(D/P)	0.155	0.069	1.14	411.48	-1.8	0.6	1.2	0.084	0.91	328.958	1.8
		(-1.483)	(-1.175)						(1.521)			
	股息支付率(D/E)	**-0.128**	**0.013**	8.27	393.145	-0.1	-0.2	0.3	0.007	0.61	329.719	0.2
		(-3.161)	**(-2.085)**						(1.247)			
	股價淨值比(M/B)	**0.889**	0.151	1.63	410.246	-5.6	3.7	1.9	0.299	0.6	329.75	6.6
		(-2.165)	(-0.565)						(1.238)			
	REER	-0.398	**-0.321**	3.76	404.811	7.3	-1.4	-5.8	**-0.333**	3.72	321.812	-7.3
		(-1.82)	**(-2.731)**						**(-2.972)**			
	NEER	-0.367	**-0.445**	4.07	404.013	9.4	-1.2	-8.3	**-0.433**	4.05	320.974	-9.5
		(-1.315)	**(-3.01)**						**(-3.07)**			
	新台幣對美元匯率(日平均)	0.318	**0.272**	2.87	407.084	-6.1	1.1	5	**0.28**	2.86	324.015	6.1
		(-1.544)	**(-2.414)**						**(2.595)**			
	外匯交易量	-0.008	-0.017	0.65	412.74	0.3	0	-0.3	-0.015	0.61	329.729	-0.3
		(-0.289)	(-1.26)						(-1.224)			
	股價指數	**-0.09**	**-0.117**	10.69	386.803	2.4	-0.3	-2.1	**-0.113**	10.64	304.029	-2.4
		(-2.016)	**(-4.721)**						**(-4.773)**			
	報酬變異	**0.605**	**0.551**	17.49	368.626	-12.1	2	10.1	**0.559**	17.66	285.697	12.1
		(-4.254)	**(-5.568)**						**(5.763)**			
總體變數	失業率	-0.13	**3.585**	4.12	403.868	-64.9	-5.6	70.6	**3.032**	3.22	323.097	66.3
		(-0.054)	**(-3.128)**						**(2.805)**			
	製造業銷售量指數	0.055	-0.019	2.08	409.101	0.2	0.3	-0.5	-0.008	0.14	330.904	-0.2
		(-1.725)	(-1.287)						(-0.6)			
	外銷訂單指數	0.024	**-0.043**	4.02	404.142	0.7	0.2	-0.9	**-0.033**	2.26	325.52	-0.7
		(-0.794)	**(-2.848)**						**(-2.334)**			
	實質海關出口值	0.042	-0.008	1.82	409.769	0	0.2	-0.2	-0.001	0	331.255	0
		(-1.849)	(-0.771)						(-0.088)			
	工業生產指數	0.04	-0.019	1.77	409.891	0.2	0.2	-0.4	-0.01	0.23	330.674	-0.2
		(-1.447)	(-1.37)						(-0.767)			
	非農就業人口	0.161	0.007	0.13	414.04	-0.7	0.8	-0.1	0.03	0.02	331.204	0.7
		(-0.566)	(-0.056)						(0.241)			
	消費者物價指數	-0.465	**0.258**	4.65	402.516	-3.5	-2.2	5.6	0.155	1.02	328.677	3.4
		(-1.935)	**(-2.477)**						(1.602)			
	M1B	-0.247	**-0.508**	8.93	391.417	9.9	-0.6	-9.3	**-0.461**	8.47	309.624	-9.9
		(-1.181)	**(-4.287)**						**(-4.212)**			
	M2	-0.727	-0.146	0.71	412.575	5.1	-3.2	-1.9	-0.229	0.34	330.413	-5
		(-1.243)	(-0.553)						(-0.915)			
	消費者貸款-購置住屋貸款	-0.103	**-0.069**	2.21	408.757	1.6	-0.4	-1.2	**-0.074**	2.14	325.843	-1.6
		(-1.418)	**(-2.01)**						**(-2.278)**			
	消費者貸款	-0.016	-0.02	0.25	413.755	0.4	0	-0.4	-0.019	0.24	330.645	-0.4
		(-0.294)	(-0.763)						(-0.782)			
	全體銀行放款餘額	0.033	**0.017**	2.58	407.819	-0.4	0.1	0.3	**0.02**	2.28	325.47	0.4
		(-1.909)	**(-1.972)**						**(2.383)**			
	貨幣機構放款與投資	**-0.292**	0.061	8.43	392.712	-0.6	-0.8	1.4	0.003	0	331.254	0.1
		(-3.859)	(-1.684)						(0.096)			

表3　單一預測變數樣本內預測（接續）

變數 \ 模型		M1							M3			
		第一類 Coeff	第二類 Coeff	Pseudo_R^2 (%)	BIC	ME^{M1}_0 (%)	ME^{M1}_1 (%)	ME^{M1}_2 (%)	Coeff	Pseudo_R^2 (%)	BIC	ME^{M3}_1 (%)
情緒指標	市場週轉率	**0.088**	0.02	4.15	403.807	-0.6	0.3	0.3	**0.034**	1.85	326.562	0.7
		(-3.346)	(-1.153)						**(2.163)**			
	IPO家數	0.007	0	0.01	414.346	0	0	0	0.001	0	331.261	0
		-0.179	(-0.015)						(0.046)			
	放空比率	0.15	-0.471	1.18	411.395	8.2	1.4	-9.6	-0.358	0.72	329.428	-7.9
		-0.288	(-1.602)						(-1.33)			
	融資變動率	-0.047	**-0.089**	4.53	402.827	1.8	-0.1	-1.7	**-0.083**	4.32	320.284	-1.8
		(-0.888)	**(-3.214)**						**(-3.157)**			
	融　變動率	-0.014	0.008	1.9	409.567	-0.1	-0.1	0.2	0.004	0.3	330.507	0.1
		(-1.384)	(-1.492)						(0.867)			
技術指標	MM(9)	**-1.434**	**-2.579**	26.22	344.516	47.3	-4.4	-42.8	**-2.362**	25.58	264.607	-48.1
		(-2.444)	**(-7.463)**						**(-7.534)**			
	MM(12)	**-1.784**	**-2.302**	22.75	354.215	45.5	-5.9	-39.6	**-2.214**	22.91	271.753	-45.7
		(-2.973)	**(-7.021)**						**(-7.226)**			
	MA(1,9)	**-1.269**	**-2.031**	17.91	367.489	39.5	-3.8	-35.7	**-1.899**	17.59	285.869	-39.8
		(-2.172)	**(-6.37)**						**(-6.416)**			
	MA(1,12)	**-1.715**	**-2.093**	19.56	363	42.3	-5.7	-36.6	**-2.03**	19.72	280.238	-42.4
		(-2.863)	**(-6.555)**						**(-6.771)**			
	MA(2,9)	**-1.649**	**-2.026**	18.5	363	42.3	-5.7	-36.6	**-1.964**	18.63	283.118	-41.1
		(-2.757)	**(-6.384)**						**(-6.593)**			
	MA(2,12)	**-1.522**	**-1.767**	14.72	376.085	36.5	-5	-31.5	**-1.727**	14.83	293.12	-36.5
		(-2.552)	**(-5.719)**						**(-5.94)**			
	MA(3,9)	**-1.893**	**-2.138**	20.38	360.751	43.8	-6.3	-37.6	**-2.099**	20.65	277.786	-43.9
		(-3.144)	**(-6.683)**						**(-6.938)**			
	MA(3,12)	-0.552	**-1.251**	7.11	396.159	24.5	-1	-23.5	**-1.142**	6.64	314.356	-24.8
		(-0.926)	**(-4.215)**						**(-4.075)**			
	Vol(1,9)	-1.076	**-1.071**	6.06	398.873	23.2	-3.7	-19.6	**-1.072**	6.09	315.757	-23.2
		(-1.817)	**(-3.653)**						**(-3.874)**			
	Vol(1,12)	-1.076	**-1.132**	6.63	397.405	24.3	-3.6	-20.7	**-1.123**	6.66	314.297	-24.3
		(-1.817)	**(-3.84)**						**(-4.042)**			
	Vol(2,9)	-0.178	-0.55	1.43	410.741	10.8	-0.1	-10.7	-0.49	1.29	327.994	-10.8
		(-0.308)	(-1.888)						(-1.795)			
	Vol(2,12)	-0.058	**-0.739**	2.62	407.716	13.7	0.8	-14.5	**-0.628**	2.13	325.851	-13.8
		(-0.101)	**(-2.534)**						**(-2.307)**			
	Vol(3,9)	-0.227	**-0.969**	4.42	403.116	18.4	0.2	-18.6	**-0.847**	3.85	321.483	-18.5
		(-0.393)	**(-3.292)**						**(-3.088)**			
	Vol(3,12)	-0.659	**-1.155**	6.32	398.213	23.2	-1.7	-21.5	**-1.074**	6.09	315.749	-23.3
		(-1.139)	**(-3.884)**						**(-3.863)**			

註：此表為單一預測變數樣本內預測結果，其中左半部為多元邏輯迴歸模型（M1），右半部為傳統股市二分法下的雙元邏輯迴歸模型（M3），而估計係數為粗體者代表在5%的水準下顯著。括號中數字代表t-test值。

表4　各類別變數因子模型-樣本內預測

因子模型	預測變數	BIC	Pseudo_R^2 (%)
PCA	金融變數	400.65	17.93
	總體變數	415.4	8.22
	情緒指標	417.52	3.11
	技術指標	370.96	28.6
PLS	金融變數	397.42	19.12
	總體變數	397.74	14.9
	情緒指標	412.28	9.42
	技術指標	412.26	9.42

註：表4為以單一類別變數萃取共同因子於多元邏輯迴歸模型（M1模型）下，樣本內預測的結果。

表5　全部變數之因子模型-樣本內預測

因子模型	模型說明	BIC	Pseudo_R^2 (%)
PCA-All	不區分類別	363.93	42.21
PCA-G	區分類別	365.51	41.69
PLS-All	不區分類別	350.51	39.35
PLS-G	區分類別	378.31	33.72
PCA-PLS-G	區分類別	344.39	48.44

註：表5為以全部變數萃取共同因子於多元邏輯迴歸模型（M1模型）下，樣本內預測的結果。

最後，本文將所有變數的資訊納入預測模型中，使用共同因子做預測模型。因共同因子的估計法可分為PCA與PLS兩種方法，加上本文考慮將變數依類別做區分，除了較能賦予共同因子經濟意涵外，也可避免如前所述有預測力的因子被其他不相關的因子覆蓋掉的情況。因此本文總共考慮5個不同的模型來預測股市狀態，列於表5。其中模型PCA-PLS-G是考量到PCA估計下的技術指標共同因子反而較PLS有預測能力（見表4），因此以PCA估計技術指標共同因子，而以PLS估計其他三類變數的共同因子來設定模型。

從表5的結果來看，在PCA方法下，不論是否將變數依類別做區分，兩者的預測表現非常相近，相較於單一類別變數下的表現（表4）都可大幅提高 Pseudo_R^2 並降低BIC值。使用PLS方法下，同樣可大幅提高單一類別變數下的預測表現，其中以不區分變數類別的表現較優。最後混合PCA與PLS來萃取共同因子（PCA-PLS-G），可萃取出與目標變數較相關且數目較少的共同因子（Pseudo_R^2 值最高且有最小的BIC值）。最後，吾將樣本內各設定模型進行樣本外預測分析。

三、樣本外預測

由於樣本內的預測表現不必然代表樣本外的預測能力，本文以1996年6月至2007年5月為估計區間，然後以每期增加一個樣本點遞迴的方式檢視各模型樣本外預測表現。預測的方式是假設在t期末欲預測下個月（t+1）股市狀態。本文假設在t期期末已可得知所有預測變數至t期的實現值，因此以樣本開始至t期的資訊做模型參數估計，然後再將t期的實現值帶入模型，預測下期的股市狀態。值得注意的是，由表1可知本文所認定的股市3狀態中，第一類熊市出現的頻率極低且在2002年之後不再出現過，因此在樣本外預測的期間內，股市所出現的熊市實際上均為第二類熊市[註24]。

首先分析因子模型對提升模型預測能力上是否與樣本內的結果一致，其中包含萃取方式對不同類別的變數是否有相似的效果。

表6為個別變數在多元邏輯迴歸模型（M1模型）下於樣本外預測的 Pseudo_R^2。從表6可知，在樣本外預測下，多數變數的預測能力下降，甚至出現負的 Pseudo_R^2，除了多個技術指標仍有較高的 Pseudo_R^2 之外，其他變數只有落後期股價與報酬變異有高於10% Pseudo_R^2。

表6　單一預測變數樣本外預測

變數		Pseudo_R^2 (%)	變數		Pseudo_R^2 (%)
金融變數	重貼現率	0.45	總體變數	M2	-1.6
	金融業隔拆利率	0.79		消費者貸款 -購置住屋貸款	-47.28
	商業本票 次級市場利率 1-30天期	0.01		消費者貸款	-21.36
	商業本票次級市場 利率31-90天期	-0.33		全體銀行放款餘額	-7.51
	10年公債利率	6		貨幣機構 放款與投資	-10.25
	期間利差(10年期公債 減31-90天期)	4.29	情緒指標	市場週轉率	3.21
	國內外短期利差	-1.29		IPO家數	-0.01
	國內外長期利差	-0.11		放空比率	0.25
	現金殖利率(D/P)	-5.71		融資變動率	6.65
	股息支付率(D/E)	-18.02		融券變動率	-0.22
	股價淨值比(M/B)	1.66	技術指標	MM(9)	23.14
	REER	3.02		MM(12)	14.29
	NEER	3.02		MA(1,9)	12.53
	新台幣對美元匯率 (日平均)	0.82		MA(1,12)	12.84
	外匯交易量	-0.27		MA(2,9)	14.71
	股價指數	12.21		MA(2,12)	9.58
	報酬變異	18.99		MA(3,9)	14.3
總體變數	失業率	2.09		MA(3,12)	6.85
	製造業銷售量指數	-2.89		Vol(1,9)	7.06
	外銷訂單指數	3.12		Vol(1,12)	7.12
	實質海關出口值	1.75		Vol(2,9)	2.44
	工業生產指數	-7.16		Vol(2,12)	4.29
	非農就業人口	-12.84		Vol(3,9)	6.61
	消費者物價指數	-5.89		Vol(3,12)	6.51
	M1B	6.9			

表7為使用因子模型下的樣本外預測表現，上半部為各單一類別變數的因子模型，包含使用PCA與PLS兩種萃取方式；下半部為使用全部變數資訊之因子模型，包含使用PCA、PLS萃取法及區分與不區分變數類別。在單一類別變數因子模型下，PCA因子模型可以提高金融變數與技術指標的預測能力[註25]，但對總體變數與情緒指標的預測能力反而下降，與樣本內的結果不同；而PLS因子模型則可提高除了技術指標以外變數的預測能力，與樣本內的結果一致。

使用所有變數之因子模型下（表7下半部），在不區別變數類別時，使用PCA萃取共同因子，其預測表現都遠低於單一類別變數因子模型，也低於個別變數預測模型表現，與樣本內分析的結果不同；但在PLS萃取共同因子下，依然可提高模型的預測能力。推測是因為在不區分變數類別下，PCA除了較可能選出與目標變數不相關的因子外，樣本內選出的模型也較容易出現過度擬合（overfitting），以致於在樣本外有較差的預測表現。在區分變數類別下，PCA因子模型可提高個別變數預測模型的表現，而PLS因子模型的預測表現則較不理想。推測是因為在樣本外分預測下，除了技術指標外，其他類別變數的預測能力均大幅下降，而PLS相較於PCA萃取方法又較不適合技術指標變數，因此有較差的預測表現。最後，混合PCA與PLS萃取法之下（PCA-PLS-G）可得到較高的Pseudo_R^2，為5個因子模型中表現最好的模型。整體來看，將變數做類別區分可避免選出過度擬合的模型，而不同類別變數適用的共同因子萃取方式也不同，混合PCA與PLS萃取因子可以提昇模型的預測表現。

表7　因子模型-樣本外預測

因子模型	預測變數	Pseudo_R^2 (%)
PCA	金融變數	5.7
	總體變數	-30.33
	情緒指標	0.74
	技術指標	24.45
PLS	金融變數	10.11
	總體變數	-3.78
	情緒指標	10.85
	技術指標	-4.38
PCA-All	不區分類別	-83.4
PCA-G	區分類別	15.29
PLS-All	不區分類別	16.73
PLS-G	區分類別	-18.85
PCA-PLS-G	區分類別	24.47

以上分析是以模型配適度的角度來衡量預測表現，而另一方式是以模型預測股市狀態的能力（即分類能力）來衡量，此處計算模型預測的準確率、命中率與精確率。由於PCA-PLS-G模型於樣本內與樣本外均有較佳的模型配適度，吾檢驗其在樣本外預測未來一個月股市狀態的能力，並另估計相對應的雙元邏輯迴歸模型以作為比較。由於本文樣本資料限制，此處只比較：（1）第二類熊市 vs 其他狀態與（2）牛市 vs 其他狀態，並選出相對應的雙元邏輯迴歸模型[註26]（即M2、M3模型），其中M3模型即為傳統股市二分法下的模型設定。經樣本內分析下，M2與M3模型同樣是以PCA-PLS-G方式估計因子模型可得到最小的BIC值[註27]。

表8列出各模型於（1）第二類熊市 vs 其他狀態（第2欄）與（2）牛市 vs 其他狀態（第3欄）的預測表現。在預測第二類熊市上，相較於雙元邏輯迴歸模型（M2模型），多元邏輯迴歸模型（M1模型）有較高的命中率，但在準確率與精確率表現上則稍低；在預測牛市上，多元邏輯迴歸模型相較於傳統模型（M3模型）於所有指標上都有較好的表現。由樣本外預測結果，可發現雖然第一類熊市的樣本數非常少，尤其在樣本外期間不再出現過，但對於模型預測能力的影響仍然很大。將股市熊市區分為第一類熊市與第二類熊市有助於預測牛市狀態，對於第二類熊市也有較高的命中率。

表8　樣本外預測-多元與雙元邏輯迴歸模型

	預測第二類熊市		預測牛市	
因子模型估計方式	PCA-PLS-G			
因子模型	M1	M2	M1	M3
Accuracy(%)	72.13	73.77	73.77	58.56
Hitting Rate(%)	76.47	70.59	68.18	53.01
Precision(%)	50	52.17	93.75	86.27

伍、預測模型的經濟價值

在第肆節，本文分別以模型配適度及預測股市狀態能力分析多元邏輯迴歸模型於樣本內與樣本外的預測表現。然而，另一種衡量股市預測模型的方式是檢驗模型是否能夠幫助投資人得到更好的獲利。也就是說，在給定股市狀態已知下，投資人往往隨著不同股市狀態會有不同的最適資產配置決策[註28]。倘若模型的預測能力是可靠的，則透過模型對未來狀態的預測，投資人應該可以擇時入市(timing the market) ，進而改善其投資績

效—此也稱為預測模型的經濟價值。

本文假設投資人在期初有資產 NT$ 1進行投資，比較各模型在樣本外預測下的投資績效表現（投資期間從2007年6月至2017年7月），並納入消極式投資之「買入持有策略（Buy-and-Hold, B&H）」 做為比較基礎[註29]。當投資人以預測模型來決定其投資策略時（主動式投資策略），若模型在當月月底預測下個月股市為熊市（包含第一類與二類熊市），則投資人會在該月底將其所有資產配置於短期債券市場[註30]，但若模型預測下個月為牛市時，則會將其所有資產配置於股市大盤[註31]。此外，資產配置改變所產生的交易成本也納入績效計算中[註32]。在衡量投資績效方面，除了一般常用的夏普比率（Sharpe ratio）外，本文也將投資人的風險趨避程度（risk-aversion）納入考慮中。假設投資人的效用函數為平均－變異數（Mean-Variance preference），吾計算各投資策略的「確定等價收益率」（Certainty Equivalent Return, CER）[註33]。CER代表在確定收益無風險的情況下，能夠提供與目前考慮的投資策略具有相同效用值的收益率。換句換說，當一個投資策略獲利能力越高(報酬率平均值高)，風險越低(報酬率波動小)，投資人會要求越高的CER以放棄該投資策略。因此買入持有策略與各模型投資策略下的CER差距，即代表投資者從消極策略轉換到各預測模型下積極策略，每月所願意付的最大操作費用。另外，CER也隨著投資人的風險趨避程度而改變，風險越趨避的投資人其所需的CER就越低。假設在投資人效用函數為平均－變異數偏好下，以預測模型m為投資策略依據下的CER的計算方式如下：

$$CER_m = \widehat{\mu_m} - \frac{1}{2}\gamma\widehat{\sigma_m}^2,$$

$\widehat{\mu_m}$ 與 $\widehat{\sigma_m}^2$ 分別代表在預測模型 m 下的投資報酬率平均數與變異數。γ 代表投資人的風險趨避係數。吾分別考慮 γ 為2及5（數值越大代表越風險趨避）兩種情況。表9分別列出買入持有被動式投資（B&H），及以M1、M2與M3為依據的主動式投資策略。圖2與圖3畫出各投資策略下，投資人的累積資產及報酬回撤（drawdown）[註34] 走勢。

從夏普比率來看，主動式的投資策略績效均高於買入持有之被動式投資策略（0.05），顯示3個預測模型均可改善消極被動式的投資表現，其中以M1最高，而M2與M3接近。若將投資期間以牛市及熊市[註35]區分來看，可發現M1模型在牛市有較佳的表現（較高的夏普比率），在熊市（第二類熊市）時也有不輸其他模型的報酬平均值及較小的波動度，而M2與M3模型則分別於熊市（第二類熊市）及牛市時有較差的表現。此結果與表8中，M1相較於M2與M3模型，對牛市與第二類熊市皆有較高的命中率相呼應。另外從風險及考量投資人風險趨避的程度來看，M1模型產生的報酬波動度最小、

報酬回撤率最低，在兩種風險趨避偏好下均需較高的CER，尤其是對風險趨避程度較高者。吾也發現，若以買入持有的方式投資，風險較趨避的投資人反而願意付費（CER為負數）來放棄該投資策略。最後觀察圖2與圖3 ，可發現3個預測模型均可改善被動式的買入持有（B&H）投資策略，尤其在熊市狀態下，3個預測模型均可避免發生高的報酬回撤。

綜合以上分析，可發現3個股市狀態預測模型皆可改善以買入持有被動式的投資績效，尤其相較於M2與M3模型，M1模型可以幫助投資人更準確的擇時入市，避開會發生高額損失的熊市狀態，對風險較趨避的投資者有較高的經濟價值。

表9 樣本外投資績效表現

投資策略	B&H	M1	M2	M3
報酬率平均值(%)	0.3	0.46	0.34	0.39
報酬率標準差	5.62	2.57	3.11	3.2
夏普比率	0.053	0.18	0.11	0.12
最終資產值	1.28	1.81	1.53	1.64
最大回撤率 (drawdown) (%)	56.26	11.31	18.26	24.22
CER_2 (%)	0.05	0.46	0.3	0.35
CER_5 (%)	-0.42	0.36	0.16	0.2
牛市				
報酬率平均值(%)	1.81	0.78	0.77	0.69
報酬率標準差	4.41	2.85	3.21	3.59
夏普比率	0.41	0.27	0.24	0.19
熊市(第二類熊市)				
報酬率平均值(%)	-3.62	-0.37	-0.79	-0.38
報酬率標準差	6.51	1.33	2.55	1.71
夏普比率[註36]				

註：此表呈現以M1、M2、M3預測模型為依據下的主動式投資策略，其樣本外的投資表現，並與買入持有投資策略(B&H)做比較。CER_2與CER_5分別代表投資人風險趨避係數為2與5之下的CER值。

圖2　投資策略表現

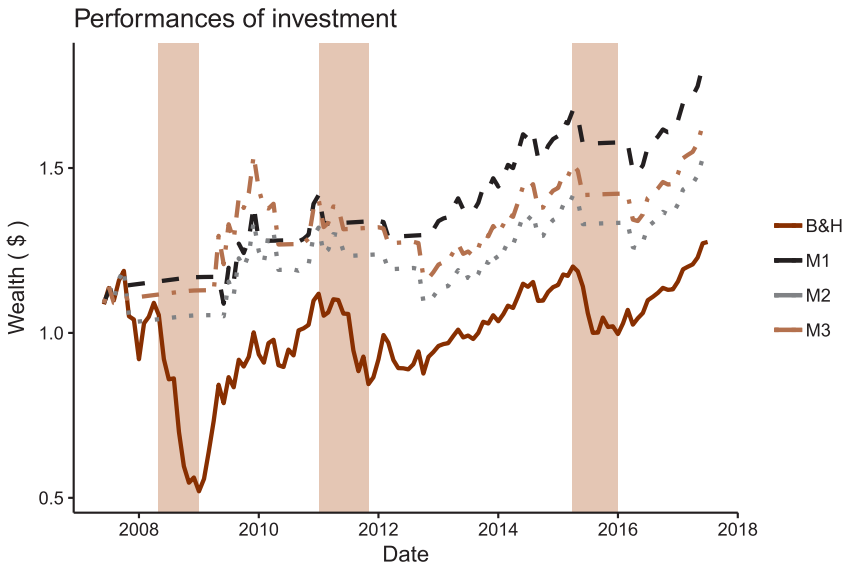
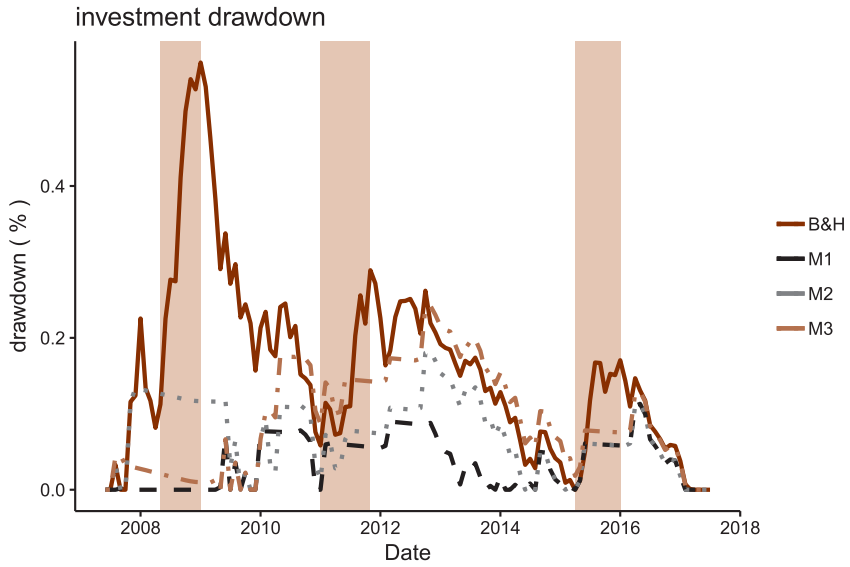


圖3　投資回撤（drawdown）表現



註：圖2代表投資人以NT$ 1 為起始資產，以預測股市未來1個月狀態之模型為投資決策依據下的累積資產時間序列表現。投資期間從2007年6月至2017年7月。B&H代表買入持有投資策略下的投資表現，M1、M2與M3分別代表以多元邏輯迴歸模型及兩種不同的雙元邏輯迴歸模為投資決策依據下的投資表現。粉色陰影代表熊市（第二類熊市）狀態。圖3則代表各種投資策略下報酬率回撤的時間序列表現。

陸、穩健性檢驗

由於本文的預測變數包含總體變數，在即時（real-time）情況下存在資料發布落後1個月與資料修正的問題。然而台灣目前尚未有即時總體資料庫，因此吾以目前最新修正後的資料，但考慮總體變數落後1期情況下，做虛擬即時（pseudo real-time）樣本外預測分析當作穩定性檢驗。在處理總體變數落後1個月的方面，吾採用兩種方法：一是直接以落後1個月的總體變數作為解釋變數來估計模型及預測[註37]；另一作法是，以自我迴歸模型[註38]，每期以AIC選定當時最適落後期數預測當期的總體變數值後再做預測。預測方式仍是以1996年6月至2007年5月為估計區間，然後以每期增加1個樣本點遞迴之方式做預測。表10為兩種處理方法下之虛擬即時樣本外預測表現，包含各模型預測第二類熊市與牛市的能力。表11則為兩種處理方法下，各模型於樣本外的投資績效表現。

表10中，以落後期總體變數處理發布時點問題下，相較於M2模型，M1模型對第二類熊市仍有稍高的命中率，稍低的準確度與精確率；相較於M3模型，M1模型對預測牛市的命中率反而稍微減弱，其他指標則是相同。以自我迴歸模型處理發布時點問題下，相較於M2模型，M1模型預測第二類熊市的能力則稍微下降；相較於M3模型，則有稍高的命中率、較低的準確度與精確率。

若比較各模型樣本外的投資績效（表11），以落後期總體變數處理發布時點問題下，從夏普比率及投資人風險趨避程度考量下，M1模型雖仍較吸引人，但與M2、M3模型的差距縮小。以自我迴歸模型處理發布時點問題下， M2模型的表現反而稍佳，而M3模型依舊稍差。

整體而言，考量總體變數發布時點落後問題下，多元邏輯迴歸模型（M1模型）雖然對牛市的命中率提高，但精確度卻下降較多，導致投資報酬產生較大的波動及下行風險。相較於其他模型，M2模型的投資表現則較穩健，受發布時點落後問題的影響較小。最後，M3模型預測牛市的能力在即時分析下反而提高，但預測熊市的能力卻下降，使得投資績效劣於其他模型。

表10　虛擬即時樣本外預測

	預測第二類熊市		預測牛市	
因子模型估計方式	PCA-PLS-G			
估計模型	M1	M2	M1	M3
處理方式_落後期總體變數				
Accuracy(%)	73.77	77.05	72.95	72.95
Hitting Rate(%)	70.59	67.65	72.73	73.86
Precision(%)	52.17	57.5	87.67	86.67
處理方式_自我迴歸模型				
Accuracy(%)	71.31	72.13	71.31	74.59
Hitting Rate(%)	76.47	79.41	76.47	75
Precision(%)	49.06	50	49.06	88

表11　虛擬即時樣本外投資績效表現

	處理方式_落後期總體變數				處理方式_自我迴歸模型		
投資策略	B&H	M1	M2	M3	M1	M2	M3
報酬率平均值(%)	0.3	0.44	0.41	0.3	0.3	0.35	0.29
報酬率標準差	5.62	3.53	3.51	3.12	2.94	3.03	3.16
夏普比率	0.053	0.13	0.12	0.1	0.1	0.12	0.09
最終資產值	1.28	1.72	1.66	1.47	1.47	1.57	1.44
最大回撤率 (drawdown) (%)	56.26	18.12	18.72	17.15	16.85	16.85	18.12
CER_2 (%)	0.05	0.38	0.35	0.27	0.27	0.32	0.25
CER_5 (%)	-0.42	0.2	0.17	0.12	0.14	0.19	0.1
牛市							
報酬率平均值(%)	1.81	1	0.96	0.79	0.66	0.79	0.79
報酬率標準差	4.41	3.62	3.62	3.08	3	3.06	3.14
夏普比率	0.41	0.28	0.27	0.26	0.22	0.26	0.25
熊市(第二類熊市)							
報酬率平均值(%)	-3.62	-1	-1.01	-0.96	-0.65	-0.79	-1
報酬率標準差	6.51	2.86	2.8	2.91	2.57	2.67	2.86
夏普比率							

柒、結　論

由股價現值模型可知，股價變動的來源主要是預期未來現金流量的改變或是貼現率的改變。本文以此概念，應用Bry-Boschan法則於台灣股市大盤價格及其盈餘表現，將股市熊市進一步區分為第一類熊市及第二類熊市。其中，第二類熊市代表股市熊市伴隨盈餘緊縮的情況，反之，第一類熊市則是股市熊市但無盈餘緊縮現象。本文發現，第二

類熊市與實質經濟表現有較緊密的關係，反之，在第一類熊市下經濟活動並沒有明顯的緊縮。

吾使用金融市場、總體變數、情緒指標與技術指標等四類變數來預測股市3狀態，並使用主成份分析法（PCA）及偏最小平方迴歸法（PLS）兩種方式來萃取變數的共同因子。吾發現除了技術指標變數外，偏最小平方迴歸法（PLS）可從其他三類變數中萃取出與股市狀態較相關的共同因子，有助於改善模型的預測表現。

從樣本外預測分析與投資績效分析，相較於傳統分類下的熊市預測模型，本文的多元邏輯迴歸模型可提高對股市狀態的命中率，對投資人也更具經濟價值。最後，考量總體變數存在發布時點落後問題下，雖會影響多元邏輯迴歸模型預測精確度，但相較傳統熊市預測模型，仍可提供投資人較高的報酬。

附　註

(註1) 技術性指標是藉由過去股價與交易量的長短期趨勢，以決定是否買入股票。

(註2) 1997本國自然人投資比重高達90.73%，雖自2001年開放外國法人投資台灣股市起，外資占國內股市交易比重逐漸提高，但至2017年11月，本國自然人投資比重仍接近60%。

(註3) 本文使用之14個技術指標係參考Neely et al. (2014)，附錄2詳述其計算方式。情緒指標則參考Baker and Wurgler (2006)。

(註4) 文獻上發現二次戰後，許多公司採取平滑股票股利政策，使得股利對於股票未來現金流量的資訊不敏感。另外有些公司並不發放股利，且考量每股盈餘的資訊較為即時，因此較適合用來衡量股票現金流量資訊。 Miller and Modigliani (1961)、Dechow et al. (1998)、Kim and Kross (2005)與Chen, Da, and Priestley (2012) 也都認為盈餘對公司未來現金流量的變動較具資訊價值。

(註5) 詳細法則內容見附錄3。

(註6) 樣本期間的選定係考量多個股市狀態重要預測變數資料的可得性，如現金殖利率、股息支付率等。

(註7) 馬可夫轉換法的基本概念是，假定變數在不同的狀態下是由明顯不同的母體參數(平均數、變異數)所產生。因此，若資料的平均數與變異數彼此相近(如:本文中的第一類熊市與第二類熊市)，馬可夫轉換法將較不適當。

(註8) 吾以當期至未來6個月之內是否有發生經濟衰退作為衡量標準。計算方式是以月為單位，而非以完整的狀態（phase）為單位。

(註9) 國發會利用（1）實質GDP、（2）工業生產指數、（3）非農業部門就業人數、（4）製造業銷售量指數、（5）批發、零售及餐飲業營業額與（6）實質海關出口值等6個變數來編制基準循環數列，作為判斷景氣轉折點主要的參考資料。基於資料頻率與資料可得性的考量，本文不考慮實質GDP與批發、零售及餐飲業營業額兩指標。另外，為方便各指標間的比較，各經濟指標均經過季節調整及標準化。

(註10) 即衡量由高峰至谷底（在第一類或第二類熊市狀態下）或是由谷底至未來12個月（在牛市狀態下）的變化。由於文獻上較關心經濟變數在結束收縮期後的恢復力道，因此參考Claessens et al.(2012) ，以谷底過後12月來衡量。

(註11) 推測可能的原因是，除了非農就業人數指標本身變動性不大之外，就業人口的反應也通常較為落後。

(註12) 本文實證資料顯示第一類熊市只佔全樣本5%，且在2002年以後不再出現過，若將樣本外預測時間點往前推到2002年以前，則容易因為樣本點過少而出現估計不精確的結果。此外，雖然第一類熊市於本文樣本資料出現的頻率很低，但並不表示未來不會再出現，因此仍有必要了解未來股市處於第一類熊市的機率。

(註13) 詳細計算方式列於附錄2。

(註14) 此處假設只有一個共同因子以方便讀者了解PLS之概念，然而本文實證是萃取多個共同因子。多個因子的操作方式說明於附錄4。

(註15) 雖本文的目的是預測股市狀態，惟Kelly and Pruitt (2013, 2015)使用之三迴歸過濾法只適用於連續之目標變數，因此選用股市報酬率為替代。

(註16) 限制模型為預測變數x之係數限制為零，代表預測變數無預測能力。

(註17) 即在樣本外預測下，首先以時點 $t = 1 \cdots R$ 的樣本資料做參數估計，再帶入時點 R 下的實際值得到時點 $R+1$ 下的預測值。

(註18) Youden Index計算最適門檻值的方式如下：$C^* = \arg\max_{c\in[0,1]} J(c),\ J = Se(c) + Sp(c) - 1$, 其中 $J(c)$ 為Youden Index，而 $Se(c)$ 則為敏感度（sensitivity）或命中率，$Sp(c)$ 則特異度（specificity）或正確否定率。在此方法下，門檻值即為在同時考慮型一與型二誤差下所求得的最適值。

(註19) Estrella and Mishkin (1998)發現利率期限結構能有效預測短期未來美國產出成長率與景氣衰退。Berge (2015)與Owyang et al. (2015)發現就業市場的表現可以大幅改善預測短期景氣循環的能力。Ng (2014)也發現利率與就業市場指標可以預測未來景氣衰退。吳懿娟（2007）發現值利率曲線的變化可預測我國是否步入衰退。李偉銘、吳淑貞與黃啟泰（2015）也發現期間利差、失業率與新台幣對美元匯率具預測短期台灣股市大盤狀態的能力。

(註20) Chen and Vincent (2016)同樣使用金融變數、總體變數、情緒指標與技術指標對S&P500未來一期狀態做預測。其樣本內預測結果中，只有技術指標的Pseudo_R^2超過10%。Neely et al. (2014)也發現技術指標較其他金融變數對股市溢酬有顯著預測能力。

(註21) 本文分別依Bai and Ng (2002)與Kelly and Pruitt (2015)的建議，計算Schwarz Information Criterion (BIC)來決定PCA及PLS萃取的因子個數。PLS的BIC中自由度的計算是根據Kramer and Sugiyama (2011)，列於附錄5。

(註22) 表3中，單一變數預測模型所得到的Pseudo_R^2(%)，在金融市場、總體變數、情緒指標與技術指標類別中，平均分別為4.91%、3.21%、2.35%與12.47%。

(註23) 從Groen and Kapetanios (2016)的蒙地卡羅分析（Monte Carlo Analysis）中可發現，當資料的因子結構較弱時，PLS的預測表現會比PCA好。但是當資料的因子結構夠強時，PCA的表現可能較優或等同於PLS。

(註24) 若將樣本外預測的時間點往前推到2002年以前，則容易因為樣本點過少而出現估計結果不精確的結果。

(註25) 在樣本外預測下，金融變數、總體變數、情緒指標與技術指標的平均Pseudo_R^2分別為1.5%、-7.9%、1.98%與10.16%。

(註26) 如同多元邏輯迴歸模型，在估計雙元邏輯迴歸模型M2與M3上，吾同樣先在樣本內估計下考慮PCA-All、PCA-G、PLS-All、PLS-G與PCA-PLS-G等5種模型，並以BIC值選出最適的模型作為樣本外分析之用。

(註27) 因本文重點在探討多元邏輯迴歸模型，為精簡篇幅，不列出M2與M3模型於樣本內預測表現。

(註28) Sigel (1991)建議投資人可藉由在景氣轉折點前，改變資產組合中股市與債市的比例，而提高其投資報酬率。

(註29) 買入持有策略(Buy-and-Hold)是普遍常用於股市預測文獻的比較基準。

(註30) 由表1可知，兩類熊市雖然與實質經濟指標有不同的互動關係，但於股價平均報酬及波動度上是相似的。因此在這兩種股市狀態下，本文假設投資人會採相同的投資策略。

(註31) 此資產組合轉換策略也應用於Chen (2009)、Nyberg (2013)、Candelon et al. (2014)與Chen and Vincent (2016)。

(註32) 參考Pearan and Timmermann (1995)、Balduzzi and Lynch (1999)與Chen and Vincent (2016)，本文假設作多股市的交易成本為交易金額的25個基點，買進短期公債市場的成本為交易金額的10個基點，而看空股市的交易成本為交易金額的100個基點。

(註33) Campbell and Thompson (2008)、Ferreira and Santa-Clara (2011)及Neely et al. (2014)均在此假設下以CER衡量其股市預測模型的經濟價值。

(註34) 報酬回撤為衡量一投資策略下行風險的方式，其計算在一投資區間內，該投資表現高點至低點的損失比率。

(註35) 本文樣本外區間所發生的熊市均為第二類熊市。

(註36) 從事後(ex-post)評量的觀點，當超額報酬為負值時，夏普比率不適用一般的投資績效比較。

(註37) 例如，在2007年5月底欲預測2007年6月之股市狀態（此時總體資料的時點只至2007年4月），則以總體資料時點至2007年3月而其他類預測變數至4月情況下來估計模型參數，然後再將總體資料時點至2007年4月而其他類預測變數至5月的資料做6月股市狀態預測。

(註38) 自我迴歸模型乃總體預測文獻中被廣泛使用之基準模型，雖然在即時預測文獻中有較複雜精細之模型，惟不在本文探討之範疇內。

(註39) 此方法強調代理變數是由目標變數相關的因子（target-relevant factors）所驅動。

參考文獻

中文文獻

吳懿娟 (2007),「我國值利率曲線與經濟活動間關係之執政分析」，中央銀行季刊，中央銀行，29 (3)，23-64。

周賓鳳、張宇志、林美珍 (2007)，「投資人情緒與股票報酬互動關係」，證券市場發展季刊，19 (2)，153-190。

蔡佩蓉、王元章、章眾卓 (2009)，「投資人情緒、公司特徵與台灣股票報酬之研究」，經濟研究，45 (2)，273-322。

張森林、葉宗穎 (2011)，「投資人情緒對市場狀態與 股票價格的預測能力」證券市場發展季刊，23 (2)，1-28。

李偉銘、吳淑貞、黃啟泰 (2015)，「總體經濟變數對台灣股市之大盤及類股熊市預測表現之探討」，經濟研究，51 (2)，171-224。

英文文獻

Bai, J. (2003), "Inferential Theory for Factor Models of Large Dimensions," *Econometrica*, 71 (1), 135-171.

Baker, M. and J. Wurgler (2006), "Investor Sentiment and The Cross-Section of Stock Returns," *Journal of Finance*, 61 (4), 1645-1680.

Balduzzi, P. and A. W. Lynch (1999), "Transaction Costs and Predictability: Some Utility Cost Calculations," *Journal of Financial Economics*, 52, 47-78.

Barro, R. and J. F. Ursua (2009), "Stock-Market Crashes and Depressions," *NBER working paper*, No. 14760.

Berge, T. J. and O. Jorda (2011), "Evaluating the Classification of Economic Activity Into Recessions and Expansions," *American Economic Journal: Macroeconomics*, 3 (2), 246-277.

Berge, T. J. (2015), "Predicting Recessions with Leading Indicators: Model Averaging and Selection Over Business Cycle," *Journal of Forecasting*, 34 (6), 455-471.

Boivin. J. and S. Ng (2006), "Are More Data Always Better for Factor Analysis? " *Journal of Econometrics*, 132, 169-194.

Bry, G. and C. Boschan (1971), "Cyclical Analysis of Time Series: Selected Procedures and Computer Programs, Columbia University Press," *National Bureau of Economic Research*, New York.

Campbell, J. Y. and J. H. Cochrane (1999), "By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior," *Journal of Political Economy*, 107 (2), 205-251.

Campbell, J. Y. and T. Vuolteenaho (2004), "Bad Beta, Good Beta," *American Economic Review*, 94 (5), 1249–1275.

Campbell, J. Y. and S. B. Thompson (2008), "Predicting the Equity Premium Out of Sample: Can Anything Beat the Historical Average?" *Review of Financial Studies*, 21, 1509-1531.

Campbell, J. Y., S. Giglio and C. Polk (2013), "Hard Times," *Review of Asset Pricing Studies*, 3 (1), 95–132.

Candelon, B., J. Ahmed and S. Straetmans (2014), "Predicting and Capitalizing on Stock Market Bears in the U.S.," *Working paper*, IPAG Business School.

Chauvet, M. and J. Piger (2008), "A Cpmparison of the Real-Time Performance of Business Cycle Dating Methods," *Journal of Business and Economic Statistics*, 26 (1), 42-29.

Chen, S.-S. (2009), "Predicting the Bear Stock Market: Macroeconomic Variables as Leading Indicators," *Journal of Banking and Finance*, 33 (2), 211–223.

Chen, L., Z. Da, and R. Priestley (2012), "Dividend Smoothing and Predictability," *Management Science*, 58 (10), 1834 – 1853.

Chen, Y. and K. Vincent (2016), "The Role of Momentum, Sentiment, and Economic Fundamentals in Forecasting Bear Stock Market," *Journal of Forecasting*, 35, 504-527.

Claessens, S., M. A. Kose and M. E. Terrones (2012), "How Do Business and Financial Cycles Interact?" *Journal of International Economics*, 87 (1), 178–190.

Cochrane, J. H. (2007), "Financial Markets and the Real Economy," In Handbook of The Equity Premium, R. Mehra, (ed.), Elsevier, 237-325.

Cowles, A. (2005), "Trend Following: How Great Traders Make Millions in Up or Down Markets," Prentice-Hall, New York.

Dechow, P. M., S. P. Kothari and R. L. Watts (1998), "The Relation Between Earnings and Cash Flows," *Journal of Accounting and Economics*, 25, 133-168.

Estrella, A. and F. S. Mishkin (1998), "Predicting U.S. Recessions: Financial Variables as Leading Indicators," *The Review of Economics and Statistics*, 80 (1), 45-61.

Faber, M. (2007), "A Quantitative Approach to Technical Asset Allocation," *Journal of Wealth Management*, 9, 69-79.

Fama, E. F. (1981), "Stock Returns, Real Activity, Inflation and Money," *American Economic Review*, 71, 545-65.

Fama, E. F. and K. R. French (1989), "Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds," *Journal of Financial Economics*, 25 (1), 23-49.

Fama, E. F. and K. R. French (1988), "Dividend Yields and Expected Stock Returns." *Journal of Financial Economics*, 22, 3-25.

Ferreira, M. A. and P. Santa-Clara (2011), "Forecasting Stock Market Returns: The Sum of the Parts Is More Than the Whole," *Journal of Financial Economics*, 100 (3), 514-537.

Forni, M., M. Hallin, M. Lippi and L. Reichlin (2000), "The Generalized Dynamic Factor Model: Identification and Estimation," *Review of Economics and Statistics*, 82, 540–554.

Forni, M., M. Hallin, M. Lippi and L. Reichlin (2005), "The Generalized Factor Model: One-Sided Estimation and Forecasting," *Journal of the American Statistical Association*, 100, 830–840.

Fuentes, J., P. Poncela and J. Rodriguez (2015), "Sparse Partial Least Squares in Time Series for Macroeconomic Forecasting," *Journal of Applied Econometrics*, 30, 576-595.

Goyal, A. and I. Welch (2008), "A Comprehensive Look at the Empirical Performance of Equity Premium Prediction," *Review of Financial Studies*, 21 (4), 1455-1508.

Groen, J. J. J. and G. Kapetanios (2016), "Revisiting Useful Approaches to Data-Rich Macroeconomic Forecasting," *Computational Statistics and Data Analysis*, 100, 221-239.

Harding, D. and A. R. Pagan (2003), "A Comparison of Two Business Cycle Dating Methods," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 27 (9), 681-1690.

Harvey, D., S. Leybourne and P. Newbold (1998), "Tests for Forecast Encompassing," *Journal of Business and Economic Statistics*, 16, 254-259.

Hsu, W. (2016), "Predicting and Capitalizing on Two Types of Stock Bear Markets in U.S.," *Working paper*.

Huang, D., F. Jiang, J. Tu and G. Zhou (2015), "Investor Sentiment Aligned: A Powerful Predictor of Stock Returns," *The Review of Financial Studies*, 28 (3), 791–837.

Jorda, O., M. Schularick and A. M. Taylor (2013), "When Credit Bites Back," *Journal of Money, Credit and Banking*, 2013, 45 (2), 3-28.

Kelly, B. and S. Pruitt (2013), "Market Expectations in the Cross-Section of Present Values," *Journal of Finance*, 68, 1721-1756.

Kelly, B. and S. Pruitt (2015), "The Three-Pass Regression Filter: A New Approach to Forecasting Using Many Predictors," *Journal of Econometrics*, 186, 294-316.

Kim, M. and W. Kross (2005), "The Ability of Earnings to Predict Future Operation Cash Flows Has Been Increasing – Not Decreasing," *Journal of Accounting Research*, 43, 753-780.

Kramer, N. and M. Sugiyama (2011), "The Degree of Freedom of Partial Least Squares Regression," *Journal of the American Statistical Association*, 106 (494), 697-705.

Miller, M. H. and F. Modigliani (1961), "Dividend Policy, Growth, and the Valuation of Shares," *The Journal of Business*, 34 (4), 411-433.

Neely, C. J., D. E. Rapach, J. Tu and G. Zhou (2014), "Forecasting the Equity Risk Premium: The Role of Technical Indicators," *Management Science*, 60 (7), 1772-1791.

Ng, S. (2014), "Boosting Recessions," *Canadian Journal of Economics*, 47 (1), 1-34.

Nyberg, H. (2013), "Predicting Bear and Bull Stock Markets with Dynamic Binary Time Series Models," *Journal of Banking and Finance*, 37 (9), 3351–3363.

Onatski, A. (2012), "Asymptotics of the Principal Components Estimator of Large Factor Models with Weakly Influential Factors," *Journal of Econometrics*, 168 (2), 244-258.

Owyang M. T., J. Piger and H. J. Wall (2015), "Forecasting National Recessions Using State Level Data," *Journal of Money, Credit and Banking*, 47 (5), 847–866.

Pagan, A. R. and K. A. Sossounov (2003), "A Simple Framework for Analyzing Bull and Bear Markets," *Journal of Applied Econometrics*, 18 (1), 23–46.

Pearan, M. H. and A. Timmermann (1995), "Predictability of Stock Returns: Robustness and Economic Significance," *Journal of Finance*, 50 (4), 1201–1228

Proano, C. R. and T. Theobald (2014), "Predicting German Recessions with A Composite Real-Time Dynamic Probit Model," *International Journal of Forecasting*, 30, 898-917.

Proano, C. R. (2017), "Detecting and Predicting Economic Accelerations, Recessions, and Normal Growth Periods in Real-Time," *Journal of Forecasting*, 36, 26-42.

Rapach, D. E., J. K. Strauss and G. Zhou (2010), "Out-of-Sample Equity Premium Prediction: Combination Forecasts and Links to the Real Economy," *Review of Financial Studies*, 23, 821-862.

Resnick, B. and G. Shoesmith (2002), "Using the Yield Curve to Time the Stock Market," *Financial Analysts Journal*, 58 (3), 82-90.

Samuelson, P. (1996), "Science and Stocks," Newsweek, September 19, 92.

Schwager, J. (1993), "Market Wizards: Interviews with Top Traders," New York: Collins.

Schwager, J. (1995), "The New Market Wizards: Conversations with America's Top Traders," New York: Wiley.

Schularick, M. and A. M. Taylor (2012), "Credit Booms Gone Bust: Monetary Policy, Leverage Cycles, and Financial Crises 1870-2008," *American Economic Review*, 102 (2), 1029-1061.

Siegel, J. J. (1991), "Does It Pay Stock Investors to Forecast the Business Cycle? " *Journal of portfolio management*, 18 (1), 27-34.

Stock, J. H. and M. W. Watson (1989), "New Indexes of Coincident and Leading Economic Indicators," *NBER Macroeconomics Annual*, 4, 351-394.

Stock, J. H. and M. W. Watson (1991), "A Probability Model of the Coincident Economic Indicators," In Leading Economic Indicators: New Approaches and Forecasting Records, K. Lahiri and G. H. Moore (eds.), Cambridge, MA: Cambridge

University Press.

Stock, J. H. and M. W. Watson (2002a), "Forecasting Using Principal Components from a Large Number of Predicators," *Journal of the American Statistic Association*, 97, 1167-1179.

Stock, J. H. and M. W. Watson (2002b), "Macroeconomic Forecasting Using Diffusion Indexes," *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 147–162.

Stock, J. H. and M. W. Watson (2003), "Forecasting Output and Inflation: The Role of Asset Prices," *Journal of Economic Literature*, 41 (3), 788-829.

Stock, J. H. and M. W. Watson (2006), "Forecasting with Many Predicators," In Handbook of Economic Forecasting, G. Elliott, C. Granger, and A. Timmermann (eds), Elsevier, 515-554.

Stock, J. H. and M. W. Watson (2014), "Estimating Turning Points Using Large Data Sets," *Journal of Econometrics*, 178, 368-381.

Wold, H. (1966), "Estimation of Principal Components and Related Models by Iterative Least Squares," In Multivariate Analysis, P. R. Krishnaiaah (ed.), Academic Press: New York, 391-420.

附錄1　預測變數來源、調整方式與單根檢定

表1.1　預測變數單根檢定

變數類別	變數名稱	資料來源	調整方式	ADF	PP	Auto
金融變數	重貼現率	TEJ	2	-9.37	-9.84	0.48
	金融業隔拆利率	TEJ	2	-17.34	-17.35	-0.08
	商業本票次級市場利率1-30天期	TEJ	2	-15.47	-15.64	0.04
	商業本票次級市場利率31-90天期	TEJ	2	-11.69	-11.94	0.31
	10年公債利率	TEJ	2	-11.85	-11.89	0.28
	期間利差(10年期公債減31-90天期)	TEJ	0	-3	-3.19	0.93
	國內外短期利差	TEJ	2	-13.13	-13.33	0.2
	國內外長期利差	TEJ	2	-14.44	-14.42	0.09
	現金殖利率(D/P)	TEJ	0	-2.36	-3.18	0.95
	股息支付率(D/E)	TEJ	0	-2.92	-3.97	0.93
	股價淨值比(M/B)	TEJ	0	-2.68	-2.65	0.95
	REER(採廣義)	BIS	3	-15.57	-15.59	0.02
	NEER(採廣義)	BIS	3	-12.11	-11.89	0.26
	新台幣對美元匯率(日平均)	TEJ	3	-10.71	-10.57	0.37
	外匯交易量	TEJ	3	-19.23	-21.64	-0.19
	股價指數	TEJ	3	-14.75	-14.82	0.07
	報酬變異	Bloomberg	0	-7.82	-7.9	0.6
總體變數	失業率	TEJ	2	-9.92	-9.68	0.44
	製造業銷售量指數	TEJ	1	-7.6	-7.95	0.63
	外銷訂單指數	TEJ	1	-6.65	-6.74	0.7
	實質海關出口值	TEJ	1	-7.34	-7.65	0.65
	工業生產指數	TEJ	1	-6.15	-6.23	0.74
	非農就業人口	TEJ	1	-2.54	-3.06	0.95
	消費者物價指數	TEJ	1	-6.12	-6.01	0.74
	M1B	TEJ	3	-10.61	-10.23	0.38
	M2	TEJ	3	-10.34	-9.79	0.41
	消費者貸款-購置住屋貸款(佔名目GDP比例)%	TEJ	1	-3.52	-3.77	0.92
	消費者貸款(佔名目GDP比例)%	TEJ	1	-2.6	-2.87	0.95
	全體銀行放款餘額(佔名目GDP比例)%	TEJ	1	-2.87	-3.83	0.94
	貨幣機構放款與投資(佔名目GDP比例)%	TEJ	1	-3.29	-3.89	0.92
情緒指標	市場週轉率	TEJ	0	-5.6	-5.33	0.79
	IPO家數	TEJ	2	-26.91	-41.24	-0.49
	放空比率	TEJ	0	-8.41	-8.48	0.56
	融資變動率	TEJ	3	-12.17	-12.11	0.27
	融　變動率	TEJ	3	-15.67	-16.15	0.01
技術指標	MA(1,9)	TEJ	0	-4.07	-6.9	0.68
	MA(1,12)	TEJ	0	-3.79	-6.53	0.71
	MA(2,9)	TEJ	0	-3.72	-6.18	0.73
	MA(2,12)	TEJ	0	-3.15	-5.38	0.8
	MA(3,9)	TEJ	0	-3.57	-6.04	0.75
	MA(3,12)	TEJ	0	-3.06	-5.13	0.82
	MM(9)	TEJ	0	-3.46	-6.25	0.74
	MM(12)	TEJ	0	-3.22	-5.67	0.77
	Vol(1,9)	TEJ	0	-8.48	-16.03	-0.01
	Vol(1,12)	TEJ	0	-8.51	-16.02	-0.01
	Vol(2,9)	TEJ	0	-6.68	-9.79	0.42
	Vol(2,12)	TEJ	0	-6.61	-10.29	0.39
	Vol(3,9)	TEJ	0	-6.08	-9.43	0.46
	Vol(3,12)	TEJ	0	-5.9	-9.33	0.47

註：ADF、PP分別為各變數在ADF (Augmented Dickey-Fuller) 檢定與PP (Phillips-Perron)檢定下之t-statistics，其中金融變數、總體變數與情緒變數之檢定具漂移項（drift），技術指標之檢定不含漂移項也不含趨勢項。

表1.2　變數調整方式

代號	變數調整說明
0	原始值
1	先取自然對數再與去年同期做差分
2	與上期做差分
3	先取自然對數再與上期做差分

附錄2　台股大盤技術指標

吾參考Neely et al. (2014)的方法，建構台股大盤14個技術指標。第1類指標（MM）是以過去股價的動量（momentum）為基礎，即比較目前的股市價格與m個月前的價格，來決定當月底是否買入股票：

$$S_t = \begin{cases} 1, & \text{if } P_t \geq P_{t-m} \\ 0, & \text{if } P_t < P_{t-m} \end{cases}, \tag{1}$$

其中 P_t 與 P_{t-m} 分別代表當期（t）股市價格與m個月前的價格。$S_t = 1$ 代表買入信號，而 $S_t = 0$ 則表示賣出信號。因此，MM（m）即定義為以當期股市價格及m個月前價格所建構的訊號指標，其中 $\mathrm{m} = 9, 12$。

第2類技術指標（MA）是以股價的移動平均為基礎所建構：

$$S_t = \begin{cases} 1, & \text{if } MA_t^s \geq MA_t^l \\ 0, & \text{if } MA_t^s < MA_t^l \end{cases}, \tag{2}$$

其中，

$$MA_t^m = \frac{1}{m}\sum_{h=0}^{m-1} P_{t-h}, \tag{3}$$

其中 $\mathrm{m} = s, l$ 因此，MA_t^s, MA_t^l 分別代表過去短期與長期的股價移動平均。MA (s,l)則代表，以短期 s 個月股價移動平均與長期 l 個月移動平均比較下，所建構的訊號指標，其中 $s = 1, 2, 3$；$l = 9, 12$。

第3類技術指標（VOL）則是以股市交易量為建構基礎，其計算方式為：

$$S_t = \begin{cases} 1, & \text{if } MA_t^{OBV,s} \geq MA_t^{OBV,l} \\ 0, & \text{if } MA_t^{OBV,s} < MA_t^{OBV,l} \end{cases}, \tag{4}$$

$$MA_t^{OBV,m} = \frac{1}{m}\sum_{h=0}^{m-1} OBV_{t-h}, \tag{5}$$

其中 $\mathrm{m} = \mathrm{s}, \mathrm{l}$，而 $\mathrm{OBV_t}$ 定義為能量潮（On Balance Volume, OBV; Granville, 1963），計算方式如下：

$$OBV_t = \sum_{j=1}^{t} VOL_j \times D_j,$$

其中 VOL_j 為 j 期內的交易量，而 D_j 為二元變數。當 $P_j - P_{j-1} \geq 0$ 時，D_j 等於1，否則等於-1。概念上，VOL技術指標可解釋為當股價與交易量同步為走高走勢時，表示股市處於穩健上升趨勢，因此為買入股市訊號。VOL (s, l)，$\mathrm{s} = 1,2,3$; $\mathrm{l} = 9, 12$ 則為此方法下，所對應建構之技術指標。

附錄3　Bry-Boschan 法則

吾以Bry-Boschan 法則，並依據Pagan and Sossounov (2003)及Claessens et al. (2012)的建議，其詳細法則如下：以股價大盤價格為例，本文以兩端各6個月的移動視窗分別找出該數列的轉折點。令 P_t 表示第 t 期時的股價指數，則當 P_t 為前後6期中最高時，

$$P_t > \max\{P_{t-6}, \cdots, P_{t-1}, P_{t+1}, \cdots, P_{t+6}\},$$

則認定第 t 期出現峰點。而當 P_t 為前後6期中最低時，

$$P_t < \min\{P_{t-6}, \cdots, P_{t-1}, P_{t+1}, \cdots, P_{t+6}\},$$

則認定第t期出現谷點。藉由找到這些局部(local)峰谷點，吾可初步認定從峰點至谷點為熊市，而從谷點至峰點為牛市。接著，依照Pagan and Sossounov (2003)的建議，峰谷點出現在數列起始或結束6個月內，牛熊市完整週期短於15個月，牛市或熊市持續期間短於6個月（熊市若跌幅超過20%，且持續期間達3個月以上者不在此限），第一個峰點（谷點）低於（高於）數列起始值至該峰點（谷點）間的某一數值，以及最後一個峰點（谷點）低於（高於）該峰點（谷點）至數列結束間的某一數值者，則該對應的峰谷點則予以刪除。藉由這些設限法則（censoring rule），最後所認定出的峰點至下一個谷點則為熊市（收縮狀態），而谷點至下個峰點則為牛市（擴張狀態）。

附錄4　偏最小平方迴歸法（PLS）萃取多個共同因子

三迴歸過濾法是以代理變數（proxy, r）[註39] 萃取出與目標變數相關的因子。代理變數可以根據經濟理論來選取或是以自動代理變數演算法（automatic proxy selection algorithm）來選取。以自動代理變數法萃取 L 個因子之演算法如下：

步驟0：設定起始自動代理變數 r_0 為目標變數 y

$r_0 = \mathrm{y}$。

For $k = 1, \cdots, L$

步驟1：定義第 k 個自動代理變數為 r_{k-1}。

步驟2：以三迴歸過濾法，利用預測變數 X 橫斷面（cross-section）資料以及第1至k 個代理變數，建構出預測值 $\widehat{y_k}$。

步驟3：令：令$r_k = \mathrm{y} - \widehat{y_k}$，$k = k + 1$，回到步驟1。

附錄5 Kramer and Sugiyama (2011)之自由度計算

以PLS三迴歸過濾法萃取共同因子下，可用Kramer and Sugiyama (2011)之Trace of the Krylov Representation 計算自由度 *Dof* 並得到BIC：

$$\widehat{Dof}(m) = 1 + \sum_{j=1}^{m} c_j \mathrm{trace}(K^j) - \sum_{l,j=1}^{m} t_l' K^j t_l + (\mathrm{y} - \widehat{y_m})' \sum_{j=1}^{m} K^j v_j + m，$$

其中 $K = XX', c_j$ 為向量 c 之元素，而 $\mathrm{c} = B^{-1}\boldsymbol{T}\mathrm{y}$, 其中 B 為Krylov basis decomposition，$\boldsymbol{T}$ 為PLS估計下向量因子 t_j 組成之矩陣，v_j 為矩陣 $\boldsymbol{T}(B^{-1})'$ 欄位。

$$\mathrm{BIC} = \frac{\sum_t (\mathrm{y}_t - \widehat{y_{m,t}})^2}{T} + \log(T)\hat{\sigma}^2 \widehat{Dof}(m)/T，$$

其中 $\hat{\sigma} = \sqrt{\sum_t (\mathrm{y}_t - \widehat{y_{m,t}})^2 / (T - Dof(m))}$。

相關細節請參見Kramer and Sugiyama (2011)。